

ISSN 1999-494X (Print)
ISSN 2313-6057 (Online)

**Журнал Сибирского
федерального университета
Техника и технологии**

**Journal of Siberian
Federal University
Engineering & Technologies**

2020 13 (3)

ISSN 1999-494X (Print)
ISSN 2313-6057 (Online)

2020 13(3)

Журнал включен в «Russian Science Citation Index» на платформе «Web of Science»

Индексируется Российским индексом научного цитирования (НЭБ), представлен в международных и российских информационных базах: Ulrich's periodicals directory, EBSCO (США), Google Scholar, ProQuest, Erihplus, READera, КиберЛенинке.

Включен в «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук» Высшей аттестационной комиссии.

Журнал Сибирского федерального университета Техника и технологии

Journal of Siberian Federal University Engineering & Technologies

**Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии.
Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies.**

Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский федеральный университет» (СФУ)

Главный редактор: *В.А.Кулагин*. Редактор *И.А.Вейсиг*. Корректор *С.В.Хазаржан*.
Компьютерная верстка *Е.В. Гревцовой*

№ 3. 28.05.2020. Индекс: 42328. Тираж: 1000 экз.

Свободная цена

Адрес редакции и издательства: 660041 г. Красноярск, пр. Свободный, 79, оф. 32-03.

Отпечатано в типографии Издательства БИК СФУ
660041 г. Красноярск, пр. Свободный, 82а.

*Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77-28722 от 29.06.2007 г.,
выданное Федеральной службой по надзору в сфере массовых коммуникаций,
связи и охраны культурного наследия.*

<http://journal.sfu-kras.ru>

Подписано в печать 14.05.2020. Формат 84х108/16. Усл. печ. л. 10,1.

Уч.-изд. л. 9,6. Бумага тип. Печать офсетная. Тираж 1000 экз. Заказ № 11328.

Возрастная маркировка в соответствии с Федеральным законом № 436-ФЗ: 16+

CHIEF EDITOR

Vladimir A. Kulagin, Head of the Department of Heat Technology and Fluid Dynamics of Polytechnic Institute of SibFU, Doctor of Engineering Sciences, Full Professor, Honorary Worker of Science and Technology of the Russia

EDITORIAL BOARD

- Sereeter Batmönkh, Institute of Heat Engineering and Industrial Ecology Mongolian Academy of Sciences, Mongolia;
- Yuri Galerkin, Saint Petersburg State Polytechnic University, Russia;
- Eugene Garin, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia;
- Vladimir Zuev, Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems of Russian Academy of Sciences, Siberian Branch, Tomsk, Russia;
- Juriy Koziratzky, Military Education and Research Centre of Military-Air Forces "Military-Air Academy name after N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin", Voronezh, Russia;
- Genius Kuznetsov, Tomsk Polytechnic University, Russia;
- Feng-Chen Li, Sino-French Institute of Nuclear Engineering and Technology Sun Yat-Sen University, Zhuhai, China;
- Dmitriy Markovich, Institute of Thermophysics Russian Academy of Sciences, Siberian Branch, Novosibirsk, Russia;
- Valery Mironov, Kirensky Institute of Physics, Federal Research Center KSC Siberian Branch Russian Academy of Sciences, Krasnoyarsk, Russia;
- Vladimir Moskvichev, Institute of Computational Technologies of the Russian Academy of Sciences, Siberian Branch, Krasnoyarsk, Russia;
- Bernard Nacke, Institute of Electrotechnology Leibniz University, Hannover, Germany;
- Valeriy Nikulin, Kamsk Institute of Humanitarian and Engineering Technologies, Izhevsk, Russia;
- Valery Okulov, Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark;
- Oleg Ostrovski, University of New South Wales, Australia;
- Harald Oye, Norwegian University of Science and Technology, Norway;
- Vasili Panteleev, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia;
- Petr Polyakov, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia;
- Ibragim Khisameev, Kazan State Technological University, Russia;
- Nikolai Zuglenok, Federal Research Center KSC Siberian Branch Russian Academy of Sciences, Krasnoyarsk, Russia;
- Vladimir Shaidurov, Institute of Computational Modelling Russian Academy of Sciences, Siberian Branch, Russia;
- Anatoly Shvidenko, International Institute for Applied Systems Analysis, Austria.

CONTENTS

Dmitry S. Viktorov and Ekaterina V. Plastinina

Technique of Definition of Relative Mean Square Assessment of Distortions of the Range
of the Signal with Angular Modulation in Digital Synthesizers with Uniform Sampling **259**

Andrey A. Ivenskiy

Methods for Substantiating the Electrodynamical and Design Parameters of Absorbing
Materials of Waveguide Type **272**

Igor P. Popov

A Mathematical Approach to the Determination of the Propagation Speed of a Radio Signal..... **284**

Valery N. Tyapkin and Alexander D. Vinogradov

A Deterministic Approach Used for Solving the Problem of Positioning and Angular
Orientation Defining of Onboard Direction-Finder Antenna Based on the Results
of Radio Direction Finding of Radio Reference Points..... **289**

**Alexander V. Bogdanov, Alexander A. Lobanov,
Alexander A. Kuchin and Valentin A. Golubenko**

A Method of Air Targets Complex Recognition in Air-Based Pulse-Doppler Radar
at the Stage of Primary Signals Processing..... **311**

Aleksey I. Tishchenko and Stepan V. Artyshchenko

A Mathematical Model of the Detection Probability of the Point Target by the Operator
of the Payload Electro-Optical System for Unmanned Aerial Vehicle..... **328**

Vasily S. Kalinin and Anton A. Koziratsky

Methods for Substantiating the Spatial Characteristics of the Laser Beam
of Telecommunication Systems when Getting into Communication
with Airborne Control Objects **338**

Igor N. Ishchuk and Alexey A. Dolgov

The Computer Model and the Algorithm of Designing a Target Environment
of Remote Monitoring Areas Using Thermal Tomograms with Account
of their Geographical Location and Meteorological Conditions..... **350**

Sergey B. Zhironkin, Alexander A. Bliznyuk,

Andrey A. Pshenitsyn and Igor V. Lyutikov

Estimation of Parameters of Signal Mixture with Noise Based on Monitoring Outputs
of the Multichannel Device of Orthogonal Signals Distinction at Coherent Reception..... **361**

Evgeniy N. Garin, Vasily N. Ratushnyak,

Andrey B. Gladyshev and Dmitriy I. Smirnov

Software and Hardware Simulation of Radar System Signals of the Vertical Sounding..... **370**

СОДЕРЖАНИЕ

Д.С. Викторов, Е.В. Пластинина

Методика определения относительной среднеквадратической оценки искажений спектра сигнала с угловой модуляцией в цифровых синтезаторах с равномерной дискретизацией 259

А.А. Ивенский

Методика обоснования электродинамических и конструктивных параметров поглощающих материалов волноводного типа 272

И.П. Попов

Математический подход при установлении скорости распространения радиосигнала 284

В.Н. Тяпкин, А.Д. Виноградов

Детерминированный подход к решению задачи определения координат и угловой ориентации бортовой пеленгаторной антенны по результатам радиопеленгования радиоориентиров 289

А.В. Богданов, А.А. Лобанов, А.А. Кучин, В.А. Голубенко

Метод комплексного распознавания воздушных целей в импульсно-доплеровских РЛС воздушного базирования на этапе первичной обработки сигналов 311

А.И. Тищенко, С.В. Артыщенко

Математическая модель вероятности обнаружения точечной цели оператором полезной нагрузки оптико-электронной системы беспилотного летательного аппарата 328

В.С. Калинин, А.А. Козирацкий

Методика обоснования пространственных характеристик лазерного луча систем телекоммуникации при вхождении в связь с воздушными объектами управления 338

И.Н. Ищук, А.А. Долгов

Компьютерная модель и алгоритм построения фоноцелевой обстановки районов дистанционного мониторинга по тепловым томограммам с учетом их географического положения и метеорологических условий 350

С.Б. Жиронкин, А.А. Близнюк, А.А. Пшеницын, И.В. Лютиков

Оценка параметров смеси сигнала с шумом по наблюдению выходов многоканального устройства различения ортогональных сигналов при когерентном приеме 361

Е.Н. Гарин, В.Н. Ратушняк, А.Б. Гладышев, Д.И. Смирнов

Программное и аппаратное моделирование радиолокационных сигналов РЛС вертикального зондирования 370

DOI: 10.17516/1999-494X-0167

УДК 621.37

Technique of Definition of Relative Mean Square Assessment of Distortions of the Range of the Signal with Angular Modulation in Digital Synthesizers with Uniform Sampling

Dmitry S. Viktorov and Ekaterina V. Plastinina*

*Military Academy of Aero-Space Defence
named after the Marshal of Soviet Union G.K. Zhukov
Tver, Russian Federation*

Received 13.03.2019, received in revised form 01.04.2019, accepted 23.04.2019

Abstract. In the article the technique allowing to calculate relative mean square assessment of the distortions of a range caused by sampling of a nonquantized signal with angular modulation is considered. For two types of signals, with linear and nonlinear frequency modulations, have calculated the dependences allowing to determine the necessary frequency of sampling by a preset value of relative mean square assessment of distortions of signals.

Keywords: a signal with angle modulation, digital synthesizer of signals, relative mean square assessment of distortions of a range of a signal.

Citation: Viktorov D.S., Plastinina E.V. Technique of definition of relative mean square assessment of distortions of the range of the signal with angular modulation in digital synthesizers with uniform sampling, J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2020, 13(3), 259-271. DOI: 10.17516/1999-494X-0167

© Siberian Federal University. All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).

* Corresponding author E-mail address: viktorov.dmitry@yandex.ru, plastinina77@yandex.ru

Методика определения относительной среднеквадратической оценки искажений спектра сигнала с угловой модуляцией в цифровых синтезаторах с равномерной дискретизацией

Д.С. Викторов, Е.В. Пластинина

Военная академия воздушно-космической обороны
им. Маршала Советского Союза Г.К. Жукова
Российская Федерация, Тверь

Аннотация. В статье рассматривается методика, позволяющая рассчитать относительную среднеквадратическую оценку искажений спектра, обусловленных дискретизацией некантованного сигнала с угловой модуляцией. Для двух видов сигналов, с линейной и нелинейной частотной модуляциями, рассчитаны зависимости, дающие возможность по заданному значению относительной среднеквадратической оценки искажений сигналов определить необходимую частоту дискретизации.

Ключевые слова: сигнал с угловой модуляцией, цифровой синтезатор сигналов, относительная среднеквадратическая оценка искажений спектра сигнала.

Цитирование: Викторов, Д.С. Методика определения относительной среднеквадратической оценки искажений спектра сигнала с угловой модуляцией в цифровых синтезаторах с равномерной дискретизацией / Д.С. Викторов, Е.В. Пластинина // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2020. 13(3). С. 259-271. DOI: 10.17516/1999-494X-0167

Основными источниками искажений сигналов с угловой модуляцией (УМ), формируемых в цифровых синтезаторах (ЦС) с равномерной дискретизацией (РД), являются: ограничение минимального шага квантования фазы и напряжения, минимального тактового интервала дискретизации за счет ограниченного числа уровней квантования фазы и напряжения, частоты дискретизации, а также неравномерности амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик интерполятора [1]. Для характеристики уровня искажений, возникающих при этом, используем относительную среднеквадратическую оценку (СКО) искажений

$$\delta^2 = \frac{1}{E} \int_0^{\tau_u} |U_c(t) - U(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}_c(\omega) - \dot{S}(\omega)|^2 d\omega, \quad (1)$$

где $U(t)$, $U_c(t)$ – исходный (идеальный) аналоговый и синтезируемый сигнал с УМ; $\dot{S}(\omega)$, $\dot{S}_c(\omega)$ –

соответственно их спектры; τ_u – длительность сигнала; $E = \int_0^{\tau_u} |U(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}(\omega)|^2 d\omega$ – энергия исходного сигнала с УМ [1, 2].

На основе математических моделей цифровых и аналоговых сигналов с УМ, формируемых в ЦС с РД, проведем анализ спектров и определим относительную СКО искажений сигналов с УМ в зависимости от количества уровней квантования фазы и напряжения, частоты дискретизации и относительных параметров интерполятора.

В [2] показано, что все эквивалентные спектры $S_s(\omega - n\omega_s)$ с различными индексами n идентичны. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать эквивалентный спектр $S_s(\omega)$ при $n=0$. Было

показано также, что квантование фазы и напряжения с УМ сигнала приводит к уменьшению амплитуды основной составляющей квантованного сигнала с УМ. Однако это изменение незначительно, следовательно, можно считать $C_1 = U_0/2$.

Оценку искажения эквивалентного спектра цифрового сигнала с УМ, формируемого в цифровом синтезаторе отсчетов напряжения (ЦСОН) с РД, за счет дискретизации неквантованного сигнала с УМ можно получить из (1) в виде

$$\delta_T^2(\omega_s) = \frac{1}{2\pi E} \int_{-0,5\omega_s}^{0,5\omega_s} |\dot{S}_1(\omega) - U_0 S_1(\omega)|^2 d\omega, \quad (2)$$

где $\dot{S}_1(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \cos \varphi(t) e^{-j\omega t} dt$ – спектр исходного сигнала с УМ.

Для достаточно большого класса реальных сигналов можно указать явную форму зависимости относительной СКО $\delta_T^2(\omega_s)$ от частот дискретизации. Для сигналов, спектр которых, начиная с некоторого значения $|\omega| = \pi \Delta f$, спадает при $\omega \rightarrow \infty$ быстрее, чем $B/|\omega|^n$ при $n > 1$, где B – постоянная величина, относительная СКО $\delta_T^2(\omega_s)$ определяется отношением [1]

$$\delta_T^2(\omega_s) \leq \frac{(f_s / \Delta f)^{-(2n-1)}}{2n-1} \left[1 + \frac{2n-1}{2(n-1)^2} \right]. \quad (3)$$

На рис. 1 приведены оценки (3) в зависимости от значения $f_s / \Delta f$ для различных значений n .

Расчет относительной СКО $\delta_T^2(\omega_s)$ в соответствии с (3) хотя и прост, но требует знания скорости спада спектра, значения Δf и постоянного коэффициента B . Нахождение этих параметров на практике является трудоемкой задачей, а использование приближенных значений n , Δf , B приводит к большим погрешностям в оценке $\delta_T^2(\omega_s)$.

Ниже будет получено выражение, позволяющее рассчитывать относительную СКО искажений $\delta_T^2(\omega_s)$ более точно, чем (3), и не требующее знаний численных значений постоянных n , Δf , B .

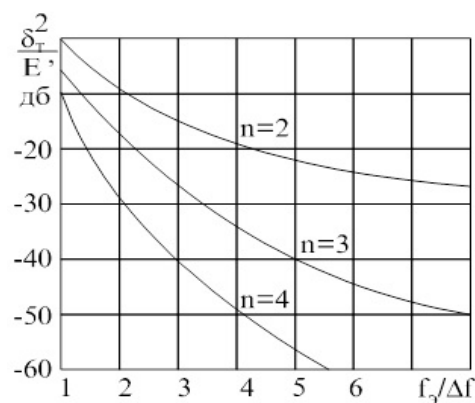


Рис. 1. Относительная СКО в зависимости от значения $f_s / \Delta f$ для различных значений n

Fig. 1. Relative mean square assessment depending on value $f_s / \Delta f$ for various values n

Подставляя форму эквивалентного спектра, образованного основными составляющими цифрового сигнала

$$\dot{S}_1(\omega - n\omega_s) = \begin{cases} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} C_1 \dot{S}_1^{\pm}[\omega - (n + \ell)\omega_s], & \text{при } |\omega - n\omega_s| \leq 0,5\omega_s; \\ 0, & \text{при } |\omega - n\omega_s| > 0,5\omega_s \end{cases}$$

в (2) и учитывая при этом, что $0,5[\dot{S}_1^+(\omega) + \dot{S}_1^-(\omega)] = \dot{S}_1(\omega)$, получим

$$\delta_T^2(\omega) = \frac{U_0^2}{2\pi E} \int_{-0,5\omega_s}^{0,5\omega_s} \left| \sum_{m=-\infty, m \neq 0}^{\infty} \dot{S}_1(\omega - m\omega_s) \right|^2 d\omega. \quad (4)$$

Используя неравенство $\left| \sum_k a_k \right|^2 \leq \sum_k |a_k|^2$ и делая замену переменных $\omega = \omega - m\omega_s$, относительную СКО искажений можно получить в виде неравенства

$$\begin{aligned} \delta_T^2(\omega_s) &\leq \sum_{m=-\infty, m \neq 0}^{\infty} \frac{U_0^2}{2\pi E} \int_{(m-0,5)\omega_s}^{(m+0,5)\omega_s} |\dot{S}_1(\omega)|^2 d\omega = \\ &= \frac{U_0^2}{2\pi E} \left[\int_{-\infty}^{-0,5\omega_s} |\dot{S}_1(\omega)|^2 d\omega + \int_{0,5\omega_s}^{\infty} |\dot{S}_1(\omega)|^2 d\omega \right] = \frac{U_0^2}{\pi E} \int_{0,5\omega_s}^{\infty} |\dot{S}_1(\omega)|^2 d\omega. \end{aligned} \quad (5)$$

Правая часть неравенства (5) равна энергии сигнала в интервале частот $\omega \notin [-0,5\omega_s, 0,5\omega_s]$. В большинстве случаев относительную СКО $\delta_T^2(\omega_s)$ удобнее находить через энергию сигнала E_T , заключенную в интервале частот $\omega \in [-0,5\omega_s, 0,5\omega_s]$. Тогда

$$\delta_T^2(\omega_s) \leq \frac{U_0^2}{2\pi E} \left[\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}_1(\omega)|^2 d\omega - \int_{-0,5\omega_s}^{0,5\omega_s} |\dot{S}_1(\omega)|^2 d\omega \right] = 1 - E_T / E.$$

В современных радиолокационных станциях (РЛС), оконечные каскады передающих устройств которых работают в нелинейном режиме, используются сигналы с УМ и прямоугольной огибающей. Энергия такого сигнала равна $E = U_0^2 \tau_u / 2$, где U_0 , τ_u – амплитуда и длительность радиоимпульса с УМ. В этом случае относительную СКО $\delta_T^2(\omega_s)$ можно записать в виде

$$\delta_T^2(\omega_s) \leq 1 - \frac{1}{\pi \tau_u} \int_{-0,5\omega_s}^{0,5\omega_s} |\dot{S}_1(\omega)|^2 d\omega = 1 - \frac{2}{\pi \tau_u} \int_0^{0,5\omega_s} |\dot{S}_1(\omega)|^2 d\omega. \quad (6)$$

Так как эквивалентные спектры $\dot{S}_s(\omega - n\omega_s)$ с различными значениями n идентичны и отличаются лишь несущей частотой, то данная оценка справедлива для каждого из них.

Подставляя первое слагаемое из равенства

$$\dot{S}_s(\omega - n\omega_s) = \begin{cases} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \{C_1 \dot{S}_1^+[\omega - \omega_0 - (n + \ell)\omega_s] + \\ + \sum_{m=-\infty, m \neq 0}^{\infty} C_{mM+1} \dot{S}_{mM+1}^+[\omega - \omega_0 - (n + \ell)\omega_s]\}, & \text{при } |\omega - n\omega_s| \leq 0,5\omega_s; \\ 0, & \text{при } |\omega - n\omega_s| > 0,5\omega_s \end{cases}$$

в (1), где спектр исходного сигнала определяется в виде $S(\omega) = 0,5U_0\dot{S}_1^+(\omega - \omega_0)$, делая замену переменных $\omega = \omega_0 - m\omega_s$, и проводя аналогичные преобразования, можно получить относительную СКО $\delta_T^2(\omega_s)$ для цифрового синтезатора отсчетов фазы (ЦСОФ) с РД в виде

$$\delta_T^2(\omega_s) = 1 - \frac{2}{\pi\tau_u} \int_0^{0,5\omega_s} |\dot{S}_1^+(\omega)|^2 d\omega. \quad (7)$$

Так как $\dot{S}_1(\omega) = 0,5[\dot{S}_1^+(\omega) + \dot{S}_1^-(\omega)]$ и $|\dot{A} + \dot{B}|^2 = |\dot{A}|^2 + |\dot{B}|^2 + 2\operatorname{Re} \dot{A}\dot{B}^*$, то правые части выражений (6) и (7) равны. Следовательно, относительные СКО искажений $\delta_T^2(\omega_s)$ эквивалентных спектров в ЦСОН и ЦСОФ с равномерной дискретизацией равны. Как видно из (6) и (7), относительная СКО $\delta_T^2(\omega_s)$ зависит как от частоты дискретизации ω_s , так и от формы спектра, т.е. фазовой структуры сигнала с УМ. Поэтому оценку ее необходимо производить для каждого вида группы сигналов.

Графики относительной СКО $\delta_T^2(\omega_s)$ для линейно-частотной модуляции (ЛЧМ) сигналов с различной базой n_c в зависимости от значения $f_s/\Delta f$, где f_s – частота дискретизации, Δf – девиация ЛЧМ сигнала, приведены на рис. 2. Там видим, что для получения достаточно малых искажений частоту дискретизации следует выбирать значительно больше девиации ЛЧМ сигнала. При увеличении базы ЛЧМ сигнала вдвое для одинаковых соотношений $f_s/\Delta f$ величина $\delta_T^2(\omega_s)$ уменьшается приблизительно на 3 дБ.

Для получения малого уровня боковых лепестков в функции неопределенности сигнала с УМ и прямоугольной огибающей в радиолокации могут использоваться сигналы с нелинейной частотой модуляции [3, 4]. На рис. 3а в качестве примера приведена кусочно-линейная функция, описывающая закон изменения фазы нелинейно-частотной модуляции (НЧМ) сигнала. Закон изменения фазы $\varphi(t)$ симметричен относительно оси координат, и на рис. 3а изображен график только правой его половины. Графики модуля спектра такого НЧМ сигнала изображены на рис. 3б, а зависимость относительной СКО $\delta_T^2(\omega_s)$ от значения $f_s\tau_d$, где τ_d – длительность одной дискреты, приведена на рис. 4.

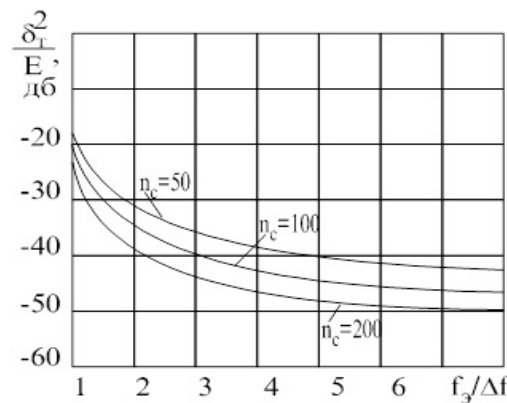


Рис. 2. Относительная СКО для линейно-частотной модуляции (ЛЧМ) сигналов с различной базой n_c , в зависимости от значения $f_s/\Delta f$

Fig. 2. Relative mean square assessment for linearly-frequency modulation of signals with various base n_c depending on value $f_s/\Delta f$

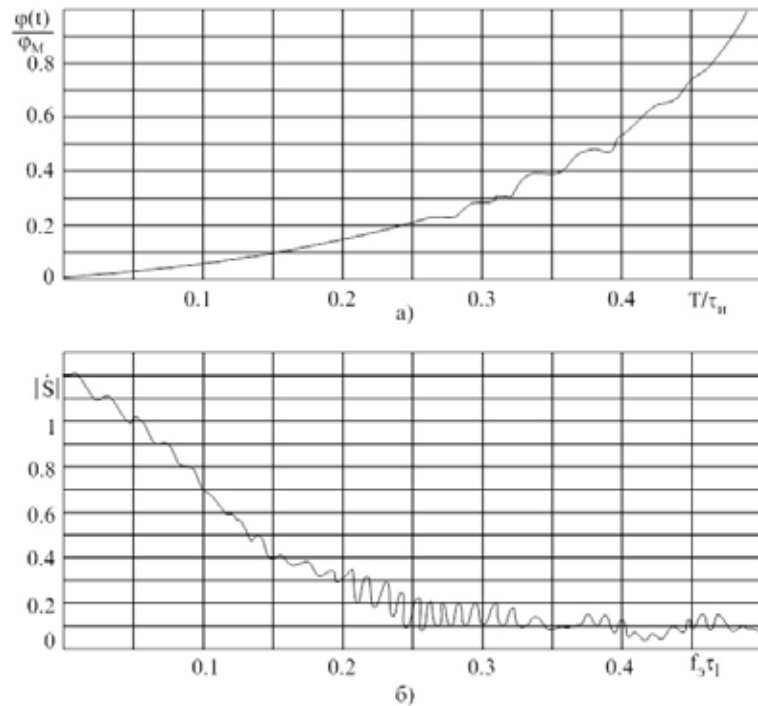


Рис. 3. Кусочно-линейная функция, описывающая закон изменения фазы нелинейно-частотной модуляции сигнала (а). Модуль спектра НЧМ сигнала (б)

Fig. 3. a) The piecewise linear function describing the law of change of a phase of nonlinear and frequency modulation of a signal; б) Module of a range of nonlinear and frequency modulation of a signal

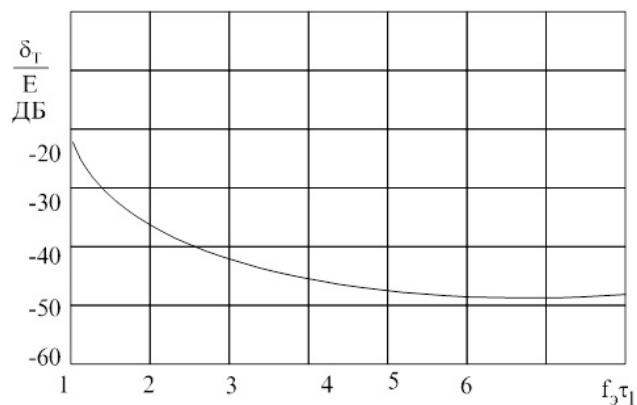


Рис. 4. Относительная СКО в зависимости от значения $f_s \tau_d$

Fig. 4. Relative mean square assessment depending on value $f_s \tau_d$

Относительная СКО искажений $\delta_T^2(\omega_s)$, как следует из (2), представляет собой относительную интегральную оценку энергии всех паразитных составляющих эквивалентного спектра, возникающих при дискретизации сигнала с УМ, спектр которого не является финитным. В то же время значительный интерес вызывает распределение энергии этих искажений в диапазоне частот эквивалентного спектра.

Спектр сигналов с УМ в общем случае не является финитным. При правильно выбранной частоте дискретизации (или эффективной ширины спектра) основная доля энергии формируемого сигнала с УМ содержится в диапазоне частот эквивалентного спектра. Незначительная же часть энергии $\delta_T^2(\omega_s)$ содержится в “хвостах” спектра. При этом уровень спектральной плотности сигнала с УМ вне диапазона частот эквивалентного спектра, как правило, уменьшается с увеличением расстройки по частоте относительно несущей частоты сигнала с УМ. Поэтому можно предположить, что при дискретизации сигнала с УМ это приведет к тому, что уровень спектральной плотности искажений $\Delta\dot{S}_T(\omega)$ эквивалентного спектра, возникающих при этом, будет уменьшаться к центральной частоте эквивалентного спектра относительно ее уровня на граничных частотах. Для подтверждения этого предположения приведем расчет искажений $\Delta\dot{S}_T(\omega)$ численным методом в соответствии с выражением

$$\Delta\dot{S}_T(n\omega_s / N) = \dot{S}_{\pi}(n\omega_s / N) - \dot{S}(n\omega_s / N), \quad (8)$$

где $\dot{S}_{\pi}(n\omega_s / N)$ – значения коэффициентов дискретного преобразования Фурье (ДПФ) исследуемого сигнала с УМ; $\dot{S}(n\omega_s / N)$ – отсчеты спектральной плотности аналогового сигнала с УМ на дискретных частотах $n\omega_s / N$.

На рис. 5 – 9 изображены графики модулей прямой составляющей спектра ЛЧМ-сигналов $|\dot{S}(\omega)|$ и соответствующих искажений эквивалентного спектра $|\Delta\dot{S}_T(\omega)|$ для различных значений базы ЛЧМ-сигнала n_c и отношений частоты дискретизации к девиации ЛЧМ сигнала $f_s/\Delta f$.

На рис. 9 аналогичные графики изображены для сигнала с нелинейной частотой модуляции для различных соотношений $f_s\tau_d$, где τ_d – длительность одной дискреты НЧМ-сигнала (рис. 3).

Неравенства (6) и (7) определяют верхнее значение относительной СКО искажений $\delta_T^2(\omega_s)$. Для сравнения, насколько точно эти оценки $\delta_T^2(\omega_s)$ соответствуют их действительным значениям для различных видов сигналов с УМ и заданными параметрами, они были рассчитаны численным методом в виде

$$\delta_T^2(\omega_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\Delta\dot{S}_T(n\omega_s / N)|^2, \quad (9)$$

где значения $|\Delta\dot{S}_T(n\omega_s / N)|$ определяются из (8). Значения относительной СКО искажений $D_m = 10 \lg \delta_m^2(\omega_s)$ для заданных значений параметров сигналов с УМ приведены на рис. 5 – 9. Сравнивая эти значения с аналогичными значениями относительной СКО $\delta_T^2(\omega_s)$, полученных для соответствующих параметров сигнала с УМ из графиков (рис. 2), можно сделать вывод, что они практически совпадают. Следовательно, при вычислении относительной СКО искажений $\delta_T^2(\omega_s)$ в соответствии с (6) и (7) знак неравенства в этих выражениях можно опустить.

Сравнивая графики $\delta_T^2(\omega_s)$ на рис. 2 и 3 с графиками на рис. 1 и учитывая сказанное выше, можно сделать вывод, что выражения (6) и (7) позволяют рассчитывать относительную СКО искажений $\delta_T^2(\omega_s)$ более точно, чем выражение (3), полученное в [5].

Как видно на рис. 5 – 9, спектральная плотность искажений дискретизированного сигнала с УМ неравномерно распределена в диапазоне частот эквивалентного спектра. Ее уровень на центральной частоте эквивалентного спектра $\omega=0$ приблизительно на 15 дБ меньше, чем на граничных частотах $|\omega|=\pm 0,5\omega_s$. Для упрощения дальнейших расчетов аппроксимируем распределение спектральной плотности искажений $|\Delta\dot{S}_T(\omega)|^2$ аналитической функцией. Заметим,

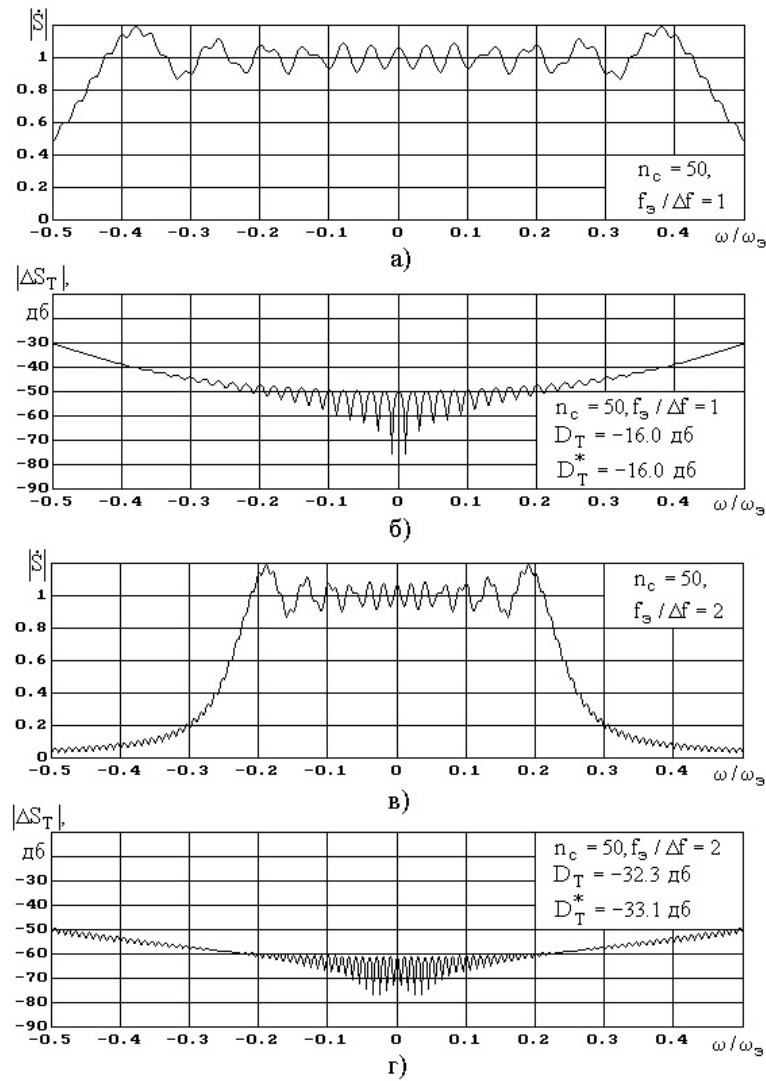


Рис. 5. Модули прямой составляющей спектра ЛЧМ сигналов $|\dot{S}(\omega)|$ и соответствующие искажения эквивалентного спектра $|\Delta\dot{S}_T(\omega)|$ для различных значений базы ЛЧМ сигнала n_c и отношений частоты дискретизации к девиации ЛЧМ сигнала $f_э/\Delta f$

Fig. 5. Modules of a direct component of a range of linear and frequency-modulated signals $|\dot{S}(\omega)|$ and the corresponding distortions of an equivalent range $|\Delta\dot{S}_T(\omega)|$ for various base of linear and frequency-modulated signal n_c and sampling frequency relations to deviation of linear and frequency-modulated signal $f_э/\Delta f$

что на рис. 5 – 9 уменьшение уровня спектральной плотности $|\Delta S_T(\omega)|$ к центральной частоте эквивалентного спектра происходит практически линейно. Поэтому можно записать

$$10 \lg \frac{f_э |\Delta S_T(\omega)|^2}{E} = 10 \lg \frac{f_э |\Delta S_T(0)|^2}{E} + \frac{15}{\lg 2} \lg \left(2 \frac{|\omega|}{\omega_э} + 1 \right)$$

или

$$|\Delta S_T(\omega)|^2 = |\Delta S_T(0)|^2 \left(2 \frac{|\omega|}{\omega_э} + 1 \right)^\gamma,$$

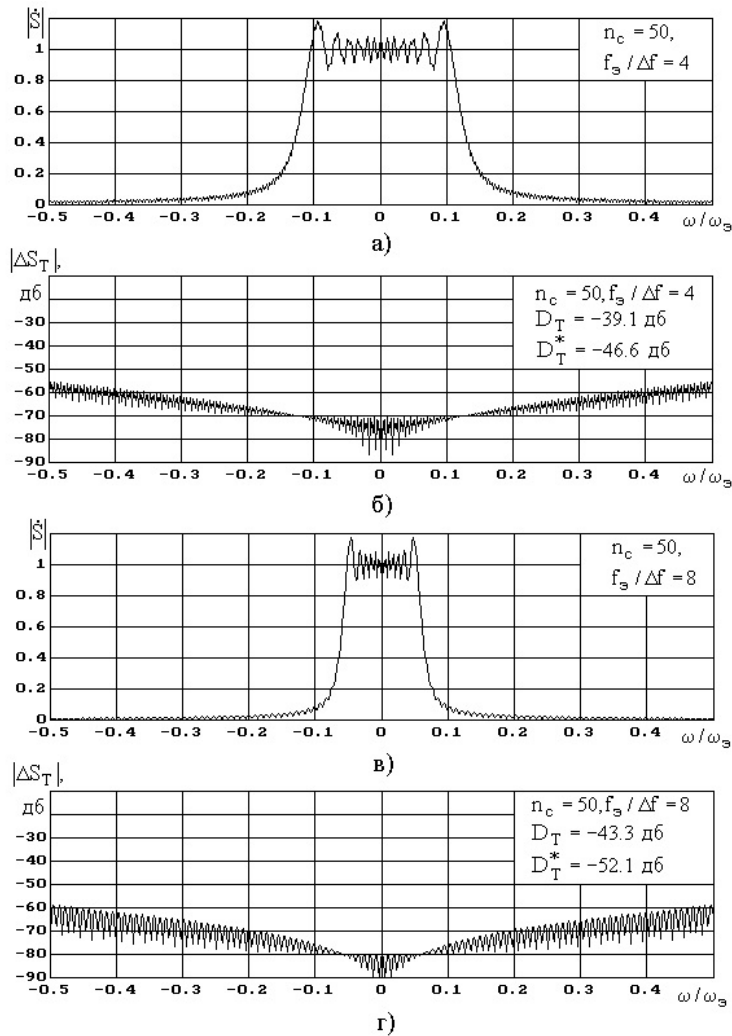


Рис. 6. Модули прямой составляющей спектра ЛЧМ сигналов $|\dot{S}(\omega)|$ и соответствующие искажения эквивалентного спектра $|\Delta S_T(\omega)|$ для различных значений базы ЛЧМ сигнала n_c и отношений частоты дискретизации к девиации ЛЧМ сигнала $f_3/\Delta f$

Fig. 6. Modules of a direct component of a range of linear and frequency-modulated signals $|\dot{S}(\omega)|$ and the corresponding distortions of an equivalent range $|\Delta S_T(\omega)|$ for various base of linear and frequency-modulated signal n_c and sampling frequency relations to deviation of linear and frequency-modulated signal $f_3/\Delta f$

где $\gamma = \frac{1,5}{\lg 2}$; $|\Delta S_T(0)|^2 = \text{const} = |\Delta S_T(0)|_{\omega=0}^2$.

В данном выражении неизвестно значение $|\Delta S_T(0)|^2$. Ее значение можно определить из со-

отношения $\delta_r^2(\omega_s) = 1 - \frac{1}{\pi E} \int_0^{0,5\omega_s} |\dot{S}_r(\omega)|^2 d\omega$. Решая данное уравнение, получим

$$|\Delta S_T(0)|^2 = \frac{\delta_s^2(\omega_s) E}{f_s} \frac{\gamma + 1}{2^{\gamma+1} - 1}.$$

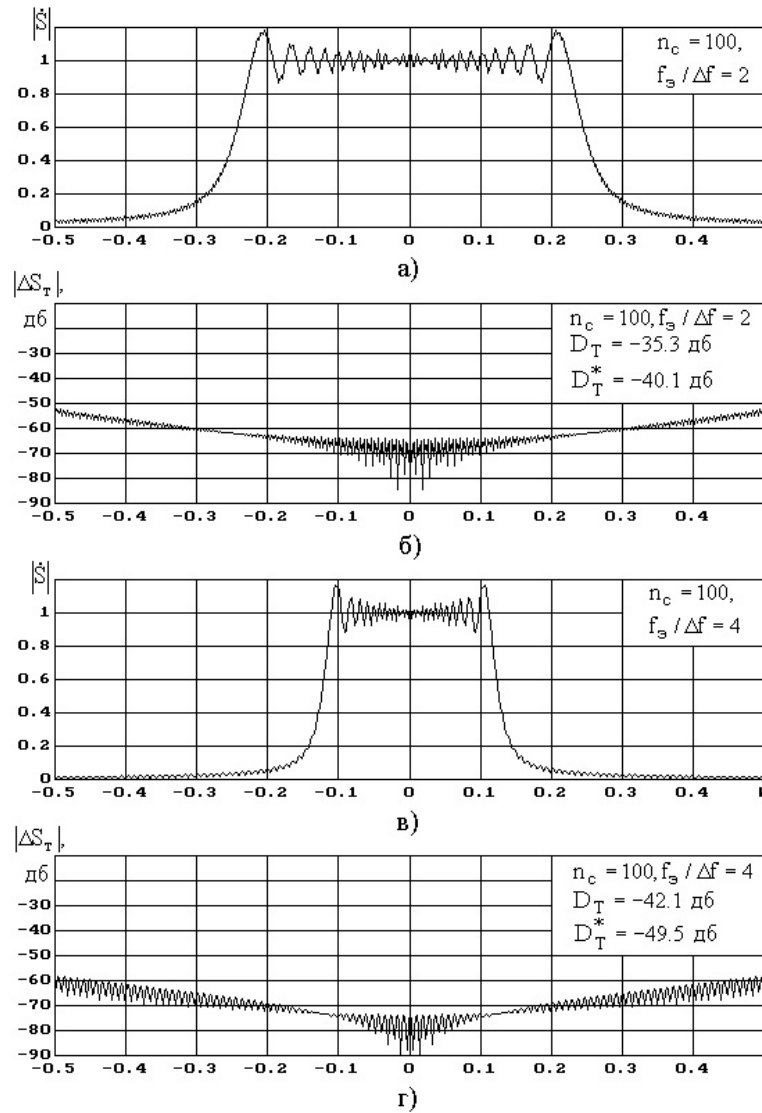


Рис. 7. Модули прямой составляющей спектра ЛЧМ сигналов $|\dot{S}(\omega)|$ и соответствующие искажения эквивалентного спектра $|\Delta\dot{S}_T(\omega)|$ для различных значений базы ЛЧМ сигнала n_c и отношений частоты дискретизации к девиации ЛЧМ сигнала $f_\Delta/\Delta f$

Fig. 7. Modules of a direct component of a range of linear and frequency-modulated signals $|\dot{S}(\omega)|$ and the corresponding distortions of an equivalent range $|\Delta\dot{S}_T(\omega)|$ for various base of linear and frequency-modulated signal n_c and sampling frequency relations to deviation of linear and frequency-modulated signal $f_\Delta/\Delta f$

Следовательно,

$$|\Delta\dot{S}_T(\omega)|^2 = \frac{\delta_s^2(\omega_s) E (\gamma + 1) (2|\omega|/\omega_s + 1)^\gamma}{f_s (2^{\gamma+1} - 1)}. \quad (10)$$

Данное выражение аппроксимирует распределение спектральной плотности искажений $|\Delta\dot{S}_T(\omega)|$ в диапазоне частот эквивалентного спектра.

Получено интегральное выражение, позволяющее рассчитать в ЦС с РД с достаточной для инженерной практики точностью относительную СКО искажений спектра, обусловленных

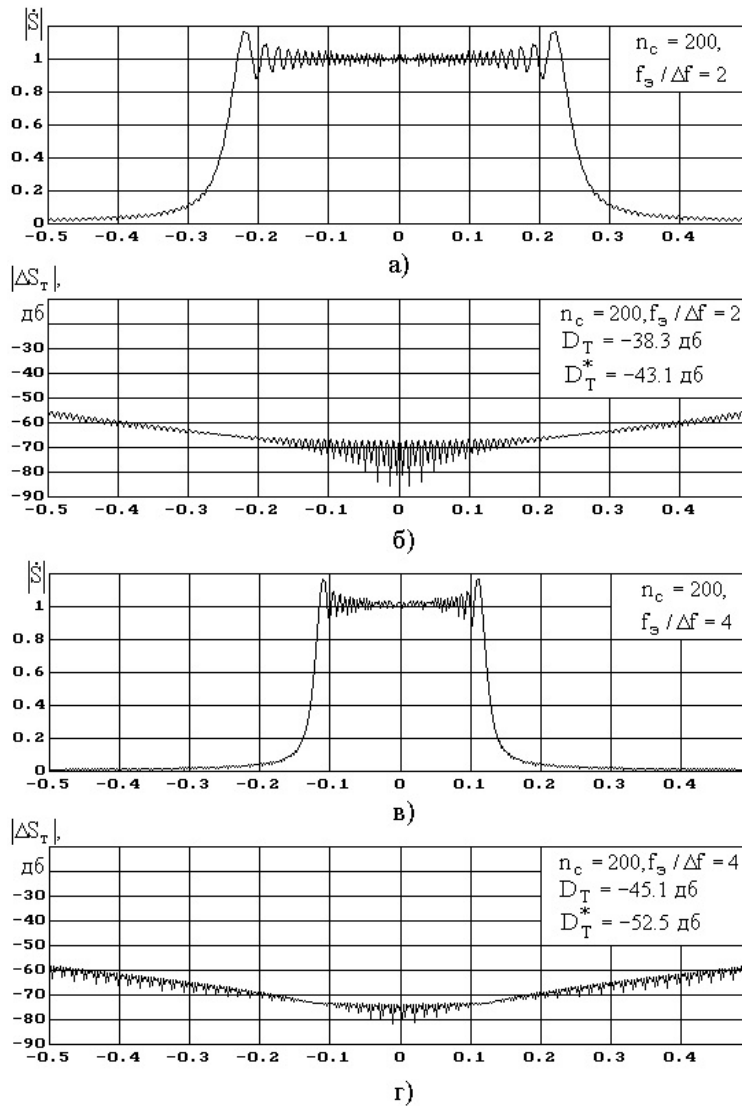


Рис. 8. Модули прямой составляющей спектра ЛЧМ сигналов $|\dot{S}(\omega)|$ и соответствующие искажения эквивалентного спектра $|\Delta S_T(\omega)|$ для различных значений базы ЛЧМ сигнала n_c и отношений частоты дискретизации к девиации ЛЧМ сигнала $f_0/\Delta f$

Fig. 8. Modules of a direct component of a range of linear and frequency-modulated signals $|\dot{S}(\omega)|$ and the corresponding distortions of an equivalent range $|\Delta S_T(\omega)|$ for various base of linear and frequency-modulated signal n_c and sampling frequency relations to deviation of linear and frequency-modulated signal $f_0/\Delta f$

дискретизацией неквантованного сигнала с УМ. Показано, что значение этой СКО зависит от вида сигнала с УМ и частоты дискретизации. Для двух видов сигналов, с линейной и нелинейной частотной модуляциями, рассчитаны зависимости, дающие возможность по заданному значению относительной СКО искажений сигналов определить необходимую частоту дискретизации. Установлено, что уровень спектральной плотности таких искажений эквивалентного спектра неравномерен и имеет спад к его центральной частоте. Получено выражение, аппроксимирующее уровень спектральной плотности этих искажений.

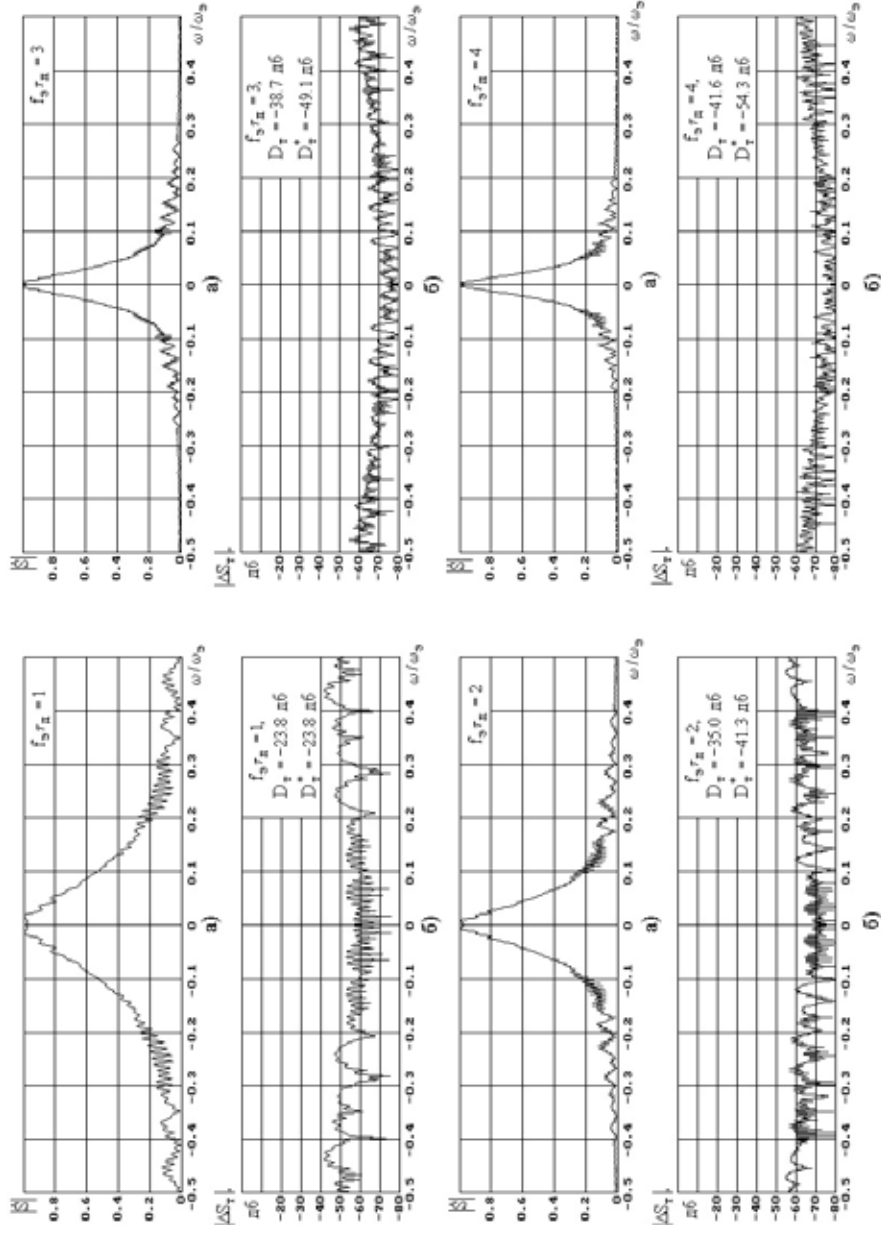


Рис. 9. Модули прямой составляющей спектра НЧМ сигналов $|S_T(\omega)|$ и соответствующие искажения эквивалентного спектра $|\Delta S_T(\omega)|$ для различных соотношений $f_5 \tau_n$

Fig. 9. Modules of a direct component of a range of nonlinear and frequency-modulated signals $|S_T(\omega)|$ and the corresponding distortions of an equivalent range $|\Delta S_T(\omega)|$ for various ratios of $f_5 \tau_n$

Список литературы / References

- [1] Цикин И.А. *Дискретно-аналоговая обработка сигналов*. М.: Радио и связь, 1982. 160 с. [Tsikin I.A. *Discrete and analog processing of signals*. M.: Radio and communication, 1982. 160 (in Russian)].
- [2] Матюшин О.Т. Цифроаналоговое формирование радиосигналов. *Радиотехника*, 1983, 6, 9-15. [Matyushin O.M. Digit-analog formation of radio signals. *Radio engineering*, 1983, 6, 9-15 (in Russian)].
- [3] Кочемасов В.Н., Белов Л.А. Применение ЛЧМ сигналов и методы их формирования. *Зарубежная радиоэлектроника*, 1975, 8, 32-63. [Kochemasov V.N., Belov L.A. Application of fazo- and linearly frequency-modulated signals and methods of their formation. *Foreign radio electronics*, 1975, 8, 32-63 (in Russian)].
- [4] Фалькович С.Е. Корреляционные функции и спектры ЧМ радиолокационных сигналов. *Радиотехника*, 1960, 15, 1, 13-18. [Falkovich S.E. Correlation functions and ranges of frequency-modulated radar signals. *Radio engineering*, 1960, 15, 1, 13-18 (in Russian)].
- [5] *Цифровая обработка сигналов*. Справочник. / Л.М. Гольденберг, Б.Д. Матюшин, М.Н. Поляк. М.: Радио и связь, 1985. 312 с. [Digital processing of signals. Reference book. / L.M. Goldenberg, B.D. Matyushin, M.N. Polyak. M.: Radio and communication, 1985. 312 (in Russian)].

DOI: 10.17516/1999-494X-0220

УДК 621.396

Methods for Substantiating the Electrodynamic and Design Parameters of Absorbing Materials of Waveguide Type

Andrey A. Ivenskiy*

Military Education and Research Centre of Military-Air Forces

«Military-Air Academy

Named After Professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin»

Voronezh, Russian Federation

Received 22.03.2019, received in revised form 15.06.2019, accepted 21.01.2020

Abstract. The paper considers the issues related to the microwave diffraction on periodic structures of waveguide type. An approach used for assessing the reflective characteristics of absorbing material is proposed. This approach is based on the assumption that in accordance with the energy conservation law, the entire power of the incident microwave radiation on the absorbing material is distributed into two components. One of them characterizes electromagnetic radiation reflection from material surface and is determined through wave impedance at the interface “medium – absorbing material”, and the other, obeying the law of electromagnetic waves diffraction on non-perfectly conducting closed surfaces of waveguide type, propagates into the lattice, then it is partially absorbed in the bulk of the material and reflected from the object (metal substrate), after which it is summed with the first component at the output. A feature of the proposed technique is the design ratios, allowing to determine rational values of dielectric permeability of material, lattice elements conductivity as well as the period and thickness of the lattice which enable to achieve “a semi-infinite layer” at which the minimum value of material reflection coefficient is observed and its no longer depends on the presence or absence of an object (metal substrate).

Keywords: algorithm, attenuation of microwave radiation, structural absorbing material, reflection coefficient.

Citation: Ivenskiy A.A. Methods for substantiating the electrodynamic and design parameters of absorbing materials of waveguide type, J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2020, 13(3), 272-283. DOI: 10.17516/1999-494X-0220

© Siberian Federal University. All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).

* Corresponding author E-mail address: iaa974@mail.ru

Методика обоснования электродинамических и конструктивных параметров поглощающих материалов волноводного типа

А.А. Ивенский

*Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил
«Военно-воздушная академия
имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»
Российская Федерация, Воронеж*

Аннотация. В работе рассмотрены вопросы, связанные с дифракцией СВЧ-излучения на периодических структурах волноводного типа. Предложен подход для оценки отражательных характеристик поглощающего материала, основанный на допущении, что в соответствии с законом сохранения энергии вся мощность падающего СВЧ-излучения на поглощающий материал распределяется на две составляющие, одна из которых характеризует отражение электромагнитного излучения от поверхности материала и определяется через волновое сопротивление на границе раздела «среда – поглощающий материал», а другая часть, подчиняясь законам дифракции электромагнитных волн на неидеально проводящих замкнутых поверхностях волноводного типа, проходит внутрь решетки, частично поглощается в толще материала, отражается от объекта (металлической подложки) и на выходе суммируется с первой составляющей. Особенностью предлагаемой методики являются расчетные соотношения, позволяющие определять рациональные значения диэлектрической проницаемости материала, проводимости элементов решетки, а также периода и толщины решетки, обуславливающих достижение «полубесконечного слоя», при котором наблюдается минимальное значение коэффициента отражения материала, который уже не зависит от наличия или отсутствия объекта (металлической подложки).

Ключевые слова: алгоритм, ослабление СВЧ-излучения, конструкционный поглощающий материал, коэффициент отражения.

Цитирование: Ивенский, А.А. Методика обоснования электродинамических и конструктивных параметров поглощающих материалов волноводного типа / А.А. Ивенский // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2020. 13(3). С. 272-283. DOI: 10.17516/1999-494X-0220

Проблемам создания материалов, предназначенных для ослабления коэффициента отражения при нормальном падении монохроматической электромагнитной волны на плоскую металлическую поверхность, посвящено большое количество работ [1-4].

С точки зрения радиофизики такие материалы характеризуются толщиной и отражательными характеристиками в заданном диапазоне длин волн. Здесь используется комплексный коэффициент отражения, определяемый как отношение амплитуд отраженной и падающей волн.

Задачей при разработке поглощающих материалов (ПМ) является обоснование их рациональных электродинамических и конструктивных параметров и получение минимального коэффициента отражения в максимально широком диапазоне длин волн.

Как известно, основными электродинамическими параметрами любого вещества, характеризующими взаимодействие электромагнитной волны с материалами, являются диэлектрическая ($\epsilon = \epsilon' + j\epsilon''$) и магнитная ($\mu = \mu' + j\mu''$) проницаемости.

При этом параметры ϵ' и μ' связаны с передачей энергии ЭМИ, а ϵ'' и μ'' – с ее потерей или энергетическим рассеиванием в материалах за счет проводимости и резонансных механизмов.

Свойства поглощающих материалов могут быть улучшены за счет их магнитной проницаемости μ' . Однако известные магнитные материалы имеют значительный удельный вес и ограниченный рабочий диапазон температур, что снижает возможность их практического применения.

В связи с этим для расширения рабочего диапазона рассматриваются методы, где используются материалы с дисперсией диэлектрической проницаемости и структуры, в которых физическим механизмом поглощения электромагнитной волны является преобразование падающей плоской волны в поверхностную с последующим ее поглощением в толще материала.

Целью исследования выступает разработка методики обоснования электродинамических и конструктивных параметров поглощающих материалов волноводного типа.

Как известно, при разработке поглощающих структур приходится сталкиваться с разрешением следующего противоречия: стремление, с одной стороны, использовать материалы с максимально высокими значениями коэффициента поглощения, а с другой – обеспечить требования по согласованию электродинамических характеристик структуры материала с соответствующими характеристиками свободного пространства.

Для разрешения указанного противоречия в известной литературе [1] рассматривается подбор специальных сред и распределение их электродинамических и электрофизических характеристик по фазовому пространству материала. Обычно в поглотителе электромагнитных волн применяется градиентный рост проводимости в направлении задней стенки материала за счет увеличения концентрации и плотности поглотителя, который обеспечивает минимум отражения на передней кромке и максимум поглощения в толще.

Для создания поглощающих материалов с малым коэффициентом отражения ($R_{omp} < 10$ дБ) в широкой полосе частот в данной работе используется другой подход, основанный на выборе электродинамических и конструктивных параметров материала при решении задачи оптимизации в многомерном пространстве, где необходимо обеспечить максимальную широкополосность при заданном уровне отражательных характеристик материала.

Для разрешения указанной проблемы в качестве поглощающего материала в работе рассматривается конструкция, представляющая собой решетку – систему взаимно перпендикулярных полосковых элементов, изготовленных из диэлектрика и покрытых радиопоглощающим составом, которые располагаются на одинаковых расстояниях друг от друга (с постоянным шагом) (рис. 1).

Взаимная ориентация элементов решетки и всего ПМ относительно вектора поляризации падающего излучения дополнительно усложняет решение задачи оптимизации. Поэтому нами был избран путь поэтапного поиска экстремума с попеременной фиксацией ряда параметров и последовательного сужения диапазона изменения указанных переменных.

Многопараметрическую задачу оптимизации ПМ с точки зрения обеспечения минимума коэффициента отражения R_{omp} можно свести к исследованию его дифракционных свойств в зависимости от электродинамических характеристик при фиксированных геометрических параметрах решетки, обеспечивающих максимальное поглощение энергии электромагнитных

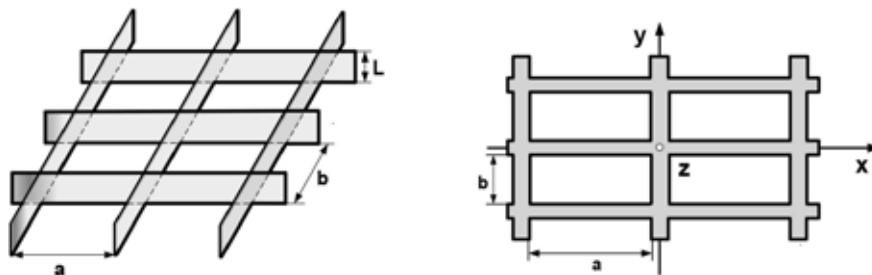


Рис. 1. Структура конструкционного поглощающего материала волноводного типа: L – ширина элемента (высота решетки); a , b – расстояние между элементами

Fig. 1. Structure of the structural absorbing material of waveguide type: L – element width (lattice height); a , b – distance between elements

волн. Поиск экстремума осуществляли методом последовательных приближений [5], который позволяет достаточно быстро сформировать функционал от конструктивных и электродинамических параметров.

Исходными данными при решении задачи оптимизации параметров ПМ являются следующие:

по условиям наблюдения РЛС: длина волны падающего ЭМИ (λ), поляризация падающей волны;

по электродинамическим параметрам: проводимость элементов решетки (σ) и их толщина (d); проводимость (σ_d), диэлектрическая (ϵ) проницаемость среды, заполняющей решетку;

по конструктивным параметрам: геометрические размеры ячейки ПМ (длина – a , ширина – b , высота – L , d – толщина).

При описании взаимодействия ЭМИ с ПМ за основу взят механизм распространения монохроматического электромагнитного поля в прямоугольной ячейке ПМ как по прямоугольным волноводам с импедансными стенками, заполненными диэлектриком. При этом источник ЭМИ находится за пределами рассматриваемой части линии передачи и создаваемая им волна распространяется вдоль оси Z (рис. 2).

Определим значения критической длины волны, зависящей от типа волны, формы и размера поперечного сечения ячейки волноводного типа по формуле [6]

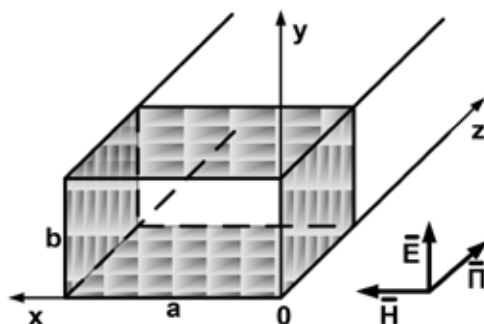


Рис. 2. Схема взаимодействия ЭМИ с ячейкой поглощающей решетки с поперечным сечением a и b

Fig. 2. The scheme of interaction of EMI with a cell of the absorbing lattice with cross section a and b

$$\lambda_{\text{кр}}^{mn} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}. \quad (1)$$

Как известно, низшей волной, для которой $\lambda_{\text{кр}}$ имеет наибольшую величину, в прямоугольной ячейке при $a > b$ является волна типа H_{10} . Это основной тип волны в прямоугольной ячейке, так как он обеспечивает одномодовый (одноволновый) режим работы. При условии (1)

$$\lambda_{\text{кр}}^{mn} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{0}{b}\right)^2}} = 2a. \quad (2)$$

При распространении электромагнитного поля в толще ПМ учитывали, что амплитуда вектора напряженности электрического поля $\mathbf{E}$ уменьшается по экспоненциальному закону и характеризуется коэффициентом затухания (вдоль оси OZ):

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{E}_0 \cdot e^{-h'' z}. \quad (3)$$

Тогда выражение для мощности, переносимой через поперечное сечение ячейки, будет иметь вид

$$P(z) = P_0 \cdot e^{-2h'' z}. \quad (4)$$

В связи с тем, что поглощение (затухание) электромагнитных волн в линиях передачи обусловлено потерями мощности, которые возникают вследствие конечной проводимости элементов решетки ($\sigma \neq \infty$) h'' , и потерями в диэлектрике h_d'' , заполняющем ячейку ($\sigma_d \neq 0$), показатель затухания волны в ячейке ПМ

$$h''(H_{10}) = \frac{R_s}{Z_{H10} b} \left[1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right]^{-1/2} \cdot \left[1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right], \quad (5)$$

где R_s – поверхностное сопротивление полоскового элемента ячейки определяем с использованием выражения

$$R_s = \sqrt{\omega \mu \mu_0 / 2\sigma}, \quad (6)$$

где $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ – магнитная постоянная; $\omega = 2\pi f$ – круговая частота; f – рабочая частота; σ – проводимость элементов решетки; Z_{H10} – характеристическое сопротивление ячейки ПМ, которое вычисляем по формуле

$$Z_{H10} = \frac{Z_c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}}, \quad (7)$$

где Z_c – сопротивление среды, заполняющей ячейку, которое находим из выражения

$$Z_c = \frac{120\pi\mu_d}{\sqrt{\frac{\mu_d}{\epsilon_d}}}, \quad (8)$$

где ϵ_d , μ_d – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды в ячейке соответственно.

Как известно, потери в диэлектрическом заполнении описывают с помощью выражения [6]:

$$h_d'' = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\epsilon_d \tan \delta}{\sqrt{\epsilon_d - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}}, \quad (9)$$

где тангенс угла диэлектрических потерь определяем с помощью выражения

$$\tan \delta = \frac{\sigma_d}{\omega \varepsilon_d \varepsilon_0}, \quad (10)$$

где $\varepsilon_0 = 10^{-9}/36\pi$ – диэлектрическая постоянная; σ_d – проводимость среды; ε_d – диэлектрическая проницаемость наполнителя в ячейках.

Таким образом, суммарная постоянная затухания волны в ячейке с учетом выражений (5) и (9) имеет вид

$$h''_{\Sigma} = \frac{R_s}{Z_{H10} b} \left[1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right]^{-1/2} \cdot \left[1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right] + \frac{\pi}{\lambda} \frac{\varepsilon_d \tan \delta}{\sqrt{\varepsilon_d - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}}. \quad (11)$$

Для описания отражательных характеристик ПМ на основе поглощающих решеток в работе принято следующее допущение: вся мощность падающей электромагнитной волны распределяется на две составляющие, одна из которых отражается сразу от поверхности ПМ, а другая проходит внутрь решетки, поглощается в толще ПМ, отражается от металлического объекта (подложки) и также выходит наружу. Затем эти составляющие с учетом фазы суммируются.

Для определения коэффициентов отражения от решетки ПМ K_1 и прохождения электромагнитных волн в его толщу K_2 воспользуемся выражениями, описывающими отражательные характеристики идеально проводящих периодических структур [8]:

$$K_1 = \frac{-1 + \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \ln \left(sh \frac{\pi d}{a} \right)^{-1} \ln ch \frac{\pi d}{a}}{-1 + \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \ln \left(sh \frac{\pi d}{a} \right)^{-1} \ln ch \frac{\pi d}{a} - i \frac{a}{\lambda} \ln 2 \left(sh \frac{\pi d}{2} \right)^{-1}}, \quad (12)$$

$$K_2 = \frac{-i \frac{a}{\lambda} \ln 2 \left(sh \frac{\pi d}{2} \right)^{-1}}{1 + \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \ln \left(sh \frac{\pi d}{a} \right)^{-1} \ln ch \frac{\pi d}{a} - i \frac{a}{\lambda} \ln 2 \left(sh \frac{\pi d}{2} \right)^{-1}}. \quad (13)$$

Для описания поглощения ЭМИ на элементах решетки в работе предложено учесть ослабление мощности в толще ПМ (4). С учетом выражений (4), (11) – (13) суммарный коэффициент отражения по мощности R_{omp} для элементов решетки с импедансным покрытием имеет вид

$$R_{отр} = \frac{-1 + \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \ln \left(sh \frac{\pi d}{a} \right)^{-1} \ln ch \frac{\pi d}{a}}{-1 + \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \ln \left(sh \frac{\pi d}{a} \right)^{-1} \ln ch \frac{\pi d}{a} - i \frac{a}{\lambda} \ln 2 \left(sh \frac{\pi d}{2} \right)^{-1}} + \\ + \frac{-i \frac{a}{\lambda} \ln 2 \left(sh \frac{\pi d}{2} \right)^{-1}}{1 + \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \ln \left(sh \frac{\pi d}{a} \right)^{-1} \ln ch \frac{\pi d}{a} - i \frac{a}{\lambda} \ln 2 \left(sh \frac{\pi d}{2} \right)^{-1}} \cdot e^{-2h''z}, \quad (14)$$

где z принимаем за ширину (высоту) решетки L .

Таким образом, на основе приведенных выражений и с учетом требований к параметрам ПМ, обеспечивающим заданный коэффициент отражения $R_{omp} < 10$ дБ, разработан алгоритм определения электродинамических и конструктивных параметров ПМ, представленный на рис. 3.



Рис. 3. Алгоритм определения электродинамических и конструктивных параметров поглощающего материала

Fig. 3. Algorithm of determination of electrodynamic and design data of the absorbing material

Алгоритм определения параметров ПМ заключается в следующем:

1. Задаем исходные данные: длина волны λ ; проводимость элемента решетки σ_0 ; проводимость среды σ_{d0} ; диэлектрическая проницаемость среды ε_0 , заполняющей решетку; геометрические размеры ячейки: a_0 – широкая сторона, L_0 – высота, d_0 – толщина.
2. Находим значения критической длины волны $\lambda_{кр}$ по формуле (2) для заданных размеров прямоугольной ячейки ПМ.
3. Рассчитываем значения постоянной затухания волны h_{H10}'' в ячейке (5), для этого находим значения поверхностного сопротивления полоскового элемента ячейки R_s (6), характеристического сопротивления ячейки Z_{H10} (7) и среды Z_c (8), заполняющей ячейку.
4. Определяем потери диэлектрического заполнения ячейки h_d'' по формуле (9), для этого рассчитываем тангенс угла диэлектрических потерь $\tan\delta$ по формуле (10).

5. С помощью выражения (11) вычисляем значения суммарного показателя затухания в ячейке h_{Σ} .

6. На основе выражения (14) находим коэффициент отражения $R_{отр}$.

Если полученное значение коэффициента отражения ЭМИ по мощности не удовлетворяет критерию $\Delta R_{отр} \leq \Delta R_{отр\text{ пор}}$, то осуществляется варьирование параметров ПМ с шагом Δ : проводимость элемента решетки $\Delta\sigma$; проводимость среды $\Delta\sigma_d$; диэлектрическая проницаемость $\Delta\epsilon$ среды, заполняющей решетку; геометрические размеры ячейки: Δa – широкая сторона, ΔL – высота, Δd – толщина. Рассчитанные параметры, при которых $\Delta R_{отр} \leq \Delta R_{отр\text{ пор}}$, принимают для разработки ПМ, удовлетворяющих данному условию.

На основе представленного алгоритма была разработана программа и получены частотные зависимости суммарной постоянной затухания h_{Σ}'' и суммарного коэффициента отражения $R_{отр}$ от параметров предложенного выше ПМ: проводимости материала ячейки, диэлектрической проницаемости и проводимости среды, геометрических параметров ячейки (длины, высоты и толщины).

На рис. 4, 5 приведены результаты исследований коэффициента затухания h_{Σ}'' и коэффициента отражения по мощности $R_{отр}$ для различных поперечных сечений ячейки волноводного типа в диапазоне длин волн $\lambda = 1 \dots 10$ см.

Как было отмечено ранее, условием распространения в ячейке ПМ основного типа волны H_{10} является $a < \lambda < 2a$. Анализ приведенных зависимостей показал, что при значениях λ , близких к $\lambda_{кр}^{10} = 2a$, ПМ может пропускать очень малую мощность, что приводит к росту коэффициента затухания основной волны. Если λ приближается к $\lambda_{кр}^{20} = a$, уменьшается затухание высших типов волн, возникающих на нерегулярностях в реальном тракте.

Результаты исследования влияния удельной проводимости элементов ячейки на коэффициент отражения $R_{отр}$ в диапазоне длин волн $\lambda = 1 \dots 10$ см изображены на рис. 6.

Из приведенных зависимостей следует, что при значении $\sigma = 0,4$ см/м коэффициент отражения $R_{отр}$ не превышает порогового значения.

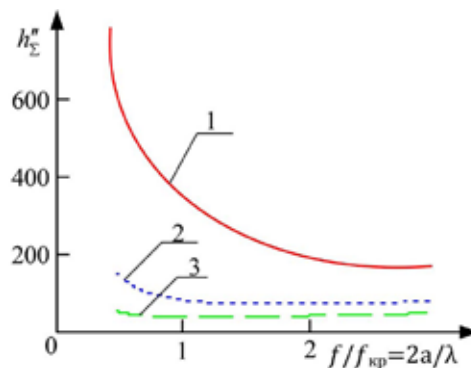


Рис. 4. Частотная зависимость коэффициента суммарного затухания h_{Σ}'' при $\sigma = 0,4$ см/м для различных значений стороны ячейки a : 1 – 1,3 см; 2 – 2,3 см; 3 – 3,5 см

Fig. 4. Frequency dependence of coefficient of total attenuation of h_{Σ}'' at $\sigma = 0.4$ cm/m for various values of the party of a cell a : 1 – 1.3 cm; 2 – 2.3 cm; 3 – 3.5 cm

Исследования влияния потерь в диэлектрике на коэффициент отражения ПМ $R_{отр}$ в диапазоне длин волн $\lambda = 1 \dots 10$ см (рис. 7) показали, что проводимость среды σ_d существенно влияет на уровень отраженного излучения. Так, при значении $\sigma_d = 10^{-15} \dots 10^{-2}$ коэффициент отражения $R_{отр}$ не превышает порогового значения.

Исследования влияния на коэффициент отражения $R_{отр}$ различных относительных диэлектрических проницаемостей среды ϵ в диапазоне длин волн $\lambda = 1 \dots 10$ см отражены на рис. 8.

Анализ этих зависимостей показал, что с уменьшением относительной диэлектрической проницаемости наполнителя в ячейках ПМ изменяется частотный диапазон коэффициента отражения $R_{отр}$. Установлено, что наибольшей широкополосностью обладает ПМ с диэлектрическим заполнением $\epsilon = 2$, что соответствует материалам типа полиэтилен, полистирол, пенополиуретан и т.п.

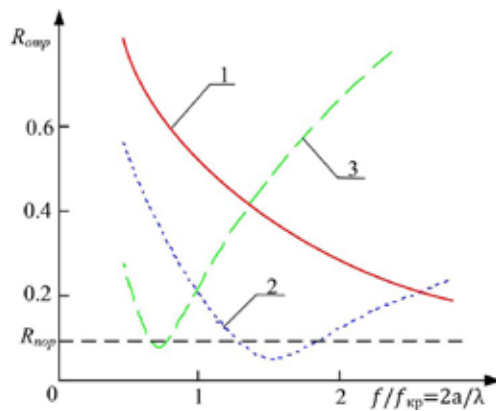


Рис. 5. Частотная зависимость коэффициента отражения по мощности $R_{отр}$ при $\sigma = 0,4$ см/м для различных значений стороны ячейки a : 1 – 1,3 см; 2 – 2,3 см; 3 – 3,5 см

Fig. 5. Frequency dependence of coefficient of reflection on R_{reflec} power at $\sigma = 0.4$ cm/m for various values of the party of a cell a : 1 – 1.3 cm; 2 – 2.3 cm; 3 – 3.5 cm

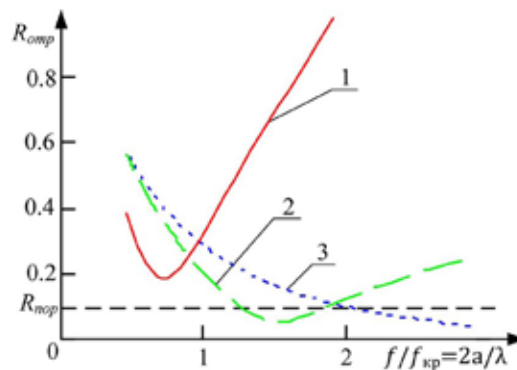


Рис. 6. Частотная зависимость коэффициента отражения по мощности $R_{отр}$ для разной удельной проводимости элементов ячейки σ : 1 – 10^7 см/м; 2 – 0,4 см/м; 3 – 0,1 см/м

Fig. 6. Frequency dependence of coefficient of reflection on R_{reflec} power for different specific conductivity of elements of a cell σ : 1 – 10^7 cm/m; 2 – 0.4 cm/m; 3 – 0.1 cm/m

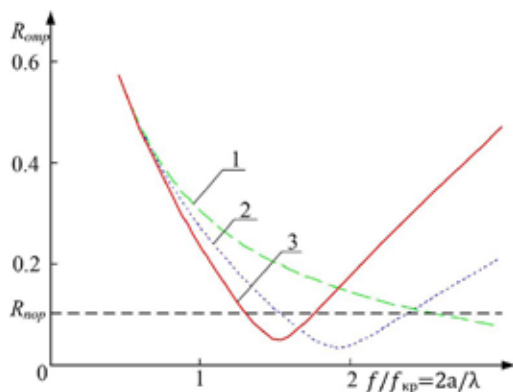


Рис. 7. Частотная зависимость коэффициента отражения по мощности $R_{отр}$ при $\sigma = 0,4$ см/м для различной проводимости среды σ_d : 1 – 1 см/м; 2 – 10^{-2} см/м; 3 – 10^{-15} см/м

Fig. 7. Frequency dependence of coefficient of reflection on R_{reflec} power at $\sigma = 0.4$ cm/m for various conductivity of the environment σ_d : 1 – 1 cm/m; 2 – 10^{-2} cm/m; 3 – 10^{-15} cm/m

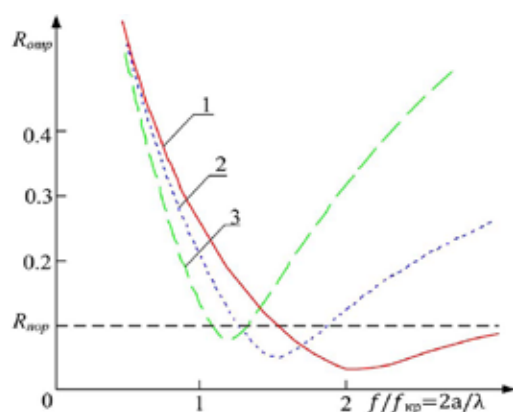


Рис. 8. Частотная зависимость коэффициента отражения по мощности $R_{отр}$ при $\sigma = 0,4$ см/м для различных относительных диэлектрических проницаемостей среды ϵ : 1 – 1; 2 – 2; 3 – 6

Fig. 8. Frequency dependence of coefficient of reflection on R_{reflec} power at $\sigma = 0.4$ cm/m for various relative dielectric pronsayemost of the environment ϵ : 1 – 1; 2 – 2; 3 – 6

Результаты исследования влияния различной высоты радиопоглощающей решетки (глубины ячейки) ПМ на коэффициент отражения $R_{отр}$ приведены на рис. 9.

Из приведенных зависимостей следует, что при значении $L = 1$ см коэффициент отражения $R_{отр}$ в широком диапазоне длин волн не превышает порогового значения.

Результаты исследования влияния на коэффициент отражения $R_{отр}$ различной толщины поглощающего покрытия на элементах решетки ($d = 1 \times 10^{-3}$; 1×10^{-2} ; 1×10^{-1} см) в диапазоне длин волн $\lambda = 1 \dots 10$ см можно видеть на рис. 10.

Из приведенных зависимостей следует, что значение порогового коэффициента отражения $R_{отр}$ достигается при $d < 10^{-2}$ см.

Таким образом, на основе разработанной методики, заданных условий наблюдения и характеристик зондирующего ЭМИ может быть обоснован выбор электродинамических

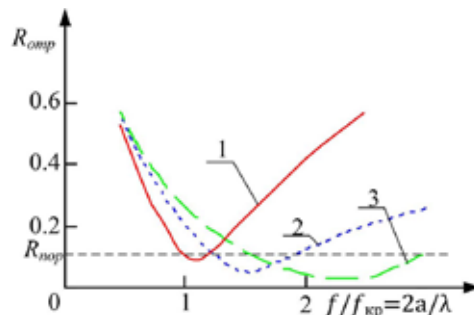


Рис. 9. Частотная зависимость коэффициента отражения по мощности $R_{отр}$ при $\sigma = 0,4$ см/м, $\sigma_d = 10^{-15}$ см/м, $\epsilon = 2$ для различной высоты элементов ячейки поглощающего материала L : 1 – 0,5 см; 2 – 1 см; 3 – 1,5 см

Fig. 9. Frequency dependence of coefficient of reflection on R_{reflec} power at $\sigma = 0.4$ cm/m, $\sigma_d = 10^{-15}$ cm/m, $\epsilon = 2$ for various height of elements of a cell of the absorbing material L : 1 – 0.5 cm; 2 – 1 cm; 3 – 1.5 cm

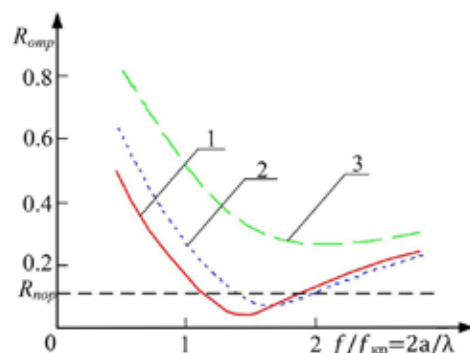


Рис. 10. Частотная зависимость коэффициента отражения по мощности $R_{отр}$ при $\sigma = 0,4$ см/м, $\sigma_d = 10^{-15}$ см/м, $\epsilon = 2$, $L = 1$ см для различной толщины поглощающего покрытия на элементах решетки d : 1 – 10^{-3} см; 2 – 10^{-2} см; 3 – 10^{-1} см

Fig. 10. Frequency dependence of coefficient of reflection on R_{reflec} power at $\sigma = 0.4$ cm/m, $\sigma_d = 10^{-15}$ cm/m, $\epsilon = 2$, $L = 1$ cm for various thickness of the absorbing covering on lattice elements d : 1 – 10^{-3} cm; 2 – 10^{-2} cm; 3 – 10^{-1} cm

и конструктивных параметров поглощающих материалов волноводного типа: поперечного сечения ячейки, проводимости и толщины покрытия радиопоглощающей решетки, диэлектрической проницаемости среды, заполняющей решетку, толщины поглощающего материала.

Список литературы / References

- [1] Ковнеристый Ю.К., Лазарева И.Ю., Раваев А.А. Материалы, поглощающие СВЧ-излучения. М.: Наука, 1982. 164 с. [Kovneristy Yu.K., Lazareva I.Yu., Ravayev A.A. *Materials, the absorbing Microwave radiations*. M.: Science, 1982. 164 p. (in Russian)]
- [2] Ruck G. *Radar Cross-Section Handbook*. N.Y.: Plenum Press, 1970.
- [3] Knott E.F., Shaeffer J.A., Tuley M.T. *Radar Cross-Section: Its Prediction, Measurement and Reduction*. Dedham: Actech House, 1985.
- [4] Harteman P., Labeirie M. *Revue Technique Thomson-CSF*, 1987, 19(3-4), 413.

[5] Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983. 384 с. [Poliak B.T. *Introduktion in optimization*. M.: Science, 1983. 384 p. (in Russian)]

[6] Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1978. 544 с. [Nikolsky V.V. *Electrodynamics and distribution of radio waves*. M.: Science, 1978. 544 p. (in Russian)]

[7] Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. М.: Советское радио, 1971. 664 с. [Goldstein L.D., Zernov N.V. *Electromagnetic fields and waves*. M.: Soviet radio, 1971. 664 p. (in Russian)]

[8] Вайнштейн Л.А. К электродинамической теории решеток. Электроника больших мощностей: сб. М.: АН СССР, 1963. С. 26 [Weinstein L.A. To the electrodynamic theory of lattices. *Electronics of big capacities*. M.: Academy of Sciences of the USSR, 1963. P. 26 (in Russian)]

DOI: 10.17516/1999-494X-0221

УДК 537.877

A Mathematical Approach to the Determination of the Propagation Speed of a Radio Signal

Igor P. Popov*

*Kurgan State University
Kurgan, Russian Federation*

Received 03.06.2018, received in revised form 12.05.2019, accepted 21.01.2020

Abstract. When determining the speed of a wave electromagnetic pulse, the source with the clock is fixedly set at the coordinate $x_0 = 0$ of the coordinate system associated with it. At time t_0 it emits a wave electromagnetic pulse. The receiver approaches the source with velocity v . The device clock, synchronized with the source clock, is set fixedly relative to the source at the coordinate x_2 . It registers the receiver passing through this coordinate at time t_0 . The device clock, synchronized with the clock source, is set fixedly relative to the source at the coordinate x_1 . It records both the receiver and pulse passing through this coordinate at time t_1 . According to the data of motionless observers, the speed of electromagnetic waves in vacuum is composed of the tabular velocity of electromagnetic waves and the velocity difference of the source and receiver.

Keywords: electromagnetic waves, velocity, transmitter, receiver.

Citation: Popov I.P. A mathematical approach to the determination of the propagation speed of a radio signal, J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2020, 13(3), 284-288. DOI: 10.17516/1999-494X-0221

Математический подход при установлении скорости распространения радиосигнала

И.П. Попов

*Курганский государственный университет
Российская Федерация, Курган*

Аннотация. При определении скорости волнового электромагнитного импульса источник с часами неподвижно устанавливают в координате $x_0 = 0$ связанной с ним системы координат. В момент времени t_0 он излучает волновой электромагнитный импульс. К источнику со скоростью v приближается приемник. Устройство с часами, синхронизированными с часами источника,

© Siberian Federal University. All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).

* Corresponding author E-mail address: ip-popov@yandex.ru

установлено неподвижно относительно источника в координате x_2 . Оно регистрирует прохождение приемника через эту координату в момент времени t_0 . Устройство с часами, синхронизированными с часами источника, установлено неподвижно относительно источника в координате x_1 . Оно регистрирует прохождение и приемника и импульса через эту координату в момент времени t_1 . По данным неподвижных наблюдателей, скорость электромагнитных волн в вакууме складывается из табличной скорости электромагнитных волн и разности скоростей источника и приемника.

Ключевые слова: электромагнитные волны, скорость, источник, приемник.

Цитирование: Попов, И.П. Математический подход при установлении скорости распространения радиосигнала / И.П. Попов // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2020. 13(3). С. 284-288. DOI: 10.17516/1999-494X-0221

Введение

Определение фазовой скорости электромагнитных волн в вакууме как

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (1)$$

производилось без учета движения их источника и приемника [1–3]. Однако оно может быть учтено.

Целью настоящей работы является вычисление скорости распространения волнового электромагнитного импульса на основе исключительно математического подхода [4–8].

Актуальность, научная значимость. Правильный расчет скорости распространения волнового электромагнитного импульса позволит, в частности, корректно определять время прохождения радиосигналов на большие расстояния.

Определение скорости волнового электромагнитного импульса

Пусть источник И с часами неподвижно установлен в координате $x_0 = 0$ связанной с ним системы координат (см. рис.) [9]. В момент времени t_0 он излучает волновой электромагнитный импульс.

К источнику со скоростью v приближается приемник П.

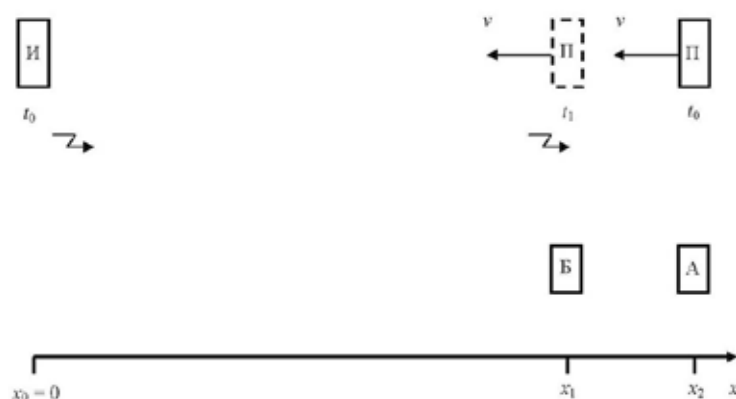


Рис. Расположение источника и приемника

Fig. Disposition of the source and the receiver

Устройство А с часами, синхронизированными с часами источника, установлено неподвижно относительно источника в координате x_2 . Оно регистрирует прохождение приемника через эту координату в момент времени t_0 .

Устройство Б с часами, синхронизированными с часами источника, установлено неподвижно относительно источника в координате x_1 . Оно регистрирует прохождение и приемника, и импульса через эту координату в момент времени t_1 .

По данным неподвижных наблюдателей, скаляр скорости приемника

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_1 - t_0},$$

скаляр скорости волнового электромагнитного импульса относительно источника

$$c = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{x_1}{t_1 - t_0}.$$

По их же данным, скорость перемещения импульса относительно приемника определяется как отношение расстояния между ними

$$x_2 - x_0 = x_2$$

ко времени

$$t_1 - t_0,$$

за которое они это расстояние преодолеют, т.е. сблизятся

$$c^* = \frac{x_2}{t_1 - t_0} = \frac{x_2 - x_1 + x_1}{t_1 - t_0} = \frac{x_2 - x_1}{t_1 - t_0} + \frac{x_1}{t_1 - t_0} = v + c. \quad (2)$$

Учет релятивистских эффектов

По мнению наблюдателя, движущегося вместе с приемником, система отсчета, связанная с приемником, неподвижна, а система отсчета, связанная с источником, движется со скоростью v . К приемнику приближается импульс, расстояние до которого равно

$$x_2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (3)$$

Этот импульс достигнет приемника за время

$$(t_1 - t_0) \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (4)$$

(величины x_2 , t_1 и t_0 движущийся наблюдатель может получить по радио от неподвижных наблюдателей и учесть релятивистские поправки). Следовательно, по мнению движущегося наблюдателя, импульс приближается к приемнику со скоростью

$$c^* = \frac{x_2 \sqrt{1 - v^2/c^2}}{(t_1 - t_0) \sqrt{1 - v^2/c^2}} = v + c. \quad (5)$$

К этому же результату движущийся наблюдатель придет и без учета релятивистских поправок.

Источник движется, приемник неподвижен

В системе координат, связанной с источником, источник неподвижен, а приемник приближается к нему со скоростью v . В этой системе координат выполняется соотношение (2). При переходе к системе координат, связанной с приемником, в том числе с учетом (3) и (4), реализуется выражение (5).

Заключение

Практической иллюстрацией полученного результата является разница во времени прохождения радиосигналов на Землю при их передаче с противоположных точек орбиты Меркурия при максимальном расстоянии между планетами [10–11]

$$\Delta t = S_m \left(\frac{1}{c-v} - \frac{1}{c+v} \right) =$$

$$= 2,17 \cdot 10^8 \left(\frac{1}{300000-56,6} - \frac{1}{300000+56,6} \right) \approx 0,273(c).$$

Здесь S_m – максимальное расстояние между Землей и Меркурием (км); c – скорость света в вакууме (км/с), v , – тангенциальная скорость орбитального вращения Меркурия (км/с).

Таким образом, скорость электромагнитных волн в вакууме складывается из (1) и разности скоростей источника и приемника.

Список литературы / References

- [1] Попов И.П. Комбинированные векторы и магнитный заряд. *Прикладная физика и математика*, 2018, 6, 12–20. DOI: 10.25791/pfim.06.2018.329 [Popov I.P. Combined vectors and magnetic charge, *Applied Physics and Mathematics*, 2018, 6, 12–20 (in Russian)]
- [2] Popov I.P. Mathematical modeling of the formal analogy of electromagnetic field. *Applied mathematics and control sciences*, 2016, 4, 36–60.
- [3] Попов И.П. Построение абстрактной модели силового поля типа электромагнитного. Часть 2. *Наука. Инновации. Технологии. Научный журнал Северо-Кавказского федерального университета*, 2015, 3, 63–78 [Popov I.P. Construction of an abstract model of the electromagnetic field of force type. Part 2, *Science. Innovation. Technologies. Scientific Journal of the North Caucasus Federal University*, 2015, 3, 63–78 (in Russian)]
- [4] Попов И.П. Об одном соотношении скоростей. *Естественные и технические науки*, 2013, 6(68), 46–48 [Popov I.P. About one ratio of speeds, *Natural and Technical Sciences*, 2013, 6(68), 46–48 (in Russian)]
- [5] Попов И.П. Скорость распространения волновой функции. *Известия Уфимского научного центра РАН*, 2015, 4, 42–43 [Popov I.P. The speed of propagation of the wave function, *Proceedings of the Ufa Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2015, 4, 42–43 (in Russian)]
- [6] Popov I.P. A wave chain formed by the two monochromatic de Broglie waves. *British journal of innovation in science and technology*, 2017, 4, 27–31.
- [7] Попов И.П. Групповая скорость волнового пакета, образованного двумя свободными идентичными частицами с разными нерелятивистскими скоростями. *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*, 2015, 3(35), 69–72 [Popov I.P. Group

velocity of a wave packet formed by two free identical particles with different non-relativistic velocities, *Bulletin of Tomsk State University. Mathematics and Mechanics*, 2015, 3(35), 69–72 (in Russian)]

[8] Попов И.П. Определение фазовой скорости волн де Бройля на основе интерференции и дифракции единичных частиц. *Вестник Удмуртского университета. Физика и химия*, 2014, 3, 48–50 [Popov I.P. Determination of the phase velocity of de Broglie waves on the basis of interference and diffraction of single particles, *Bulletin of Udmurt University. Physics and Chemistry*, 2014, 3, 48–50 (in Russian)]

[9] Попов И.П. Лабораторная установка для регистрации физического явления изменения скорости электромагнитных волн на величину разности скоростей источника и приемника. *Бюллетень изобретений и полезных моделей*, 2002, 28, 431–433 [Popov I.P. Laboratory setup for recording the physical phenomenon of the change in the velocity of electromagnetic waves by the magnitude of the difference between the speeds of the source and the receiver, *Bulletin of inventions and utility models*, 2002, 28, 431–433 (in Russian)]

[10] Попов И.П. Расчетные системы отсчета при относительном движении космических объектов. *Инженерная физика*, 2019, 3, 40–43. DOI: 10.25791/infizik.03.2019.564 [Popov I.P. Calculated reference systems for the relative motion of space objects, *Engineering Physics*, 2019, 3, 40–43 (in Russian)]

[11] Попов И.П. Системы отсчета в навигации движущихся объектов. *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2019, 3, 189–192. <https://doi.org/10.17587/mau.20.189-192> [Popov I.P. Reference systems in the navigation of moving objects, *Mechatronics, automation, control*, 2019, 3, 189–192 (in Russian)]

DOI: 10.17516/1999-494X-0222

УДК 629.7.05

A Deterministic Approach Used for Solving the Problem of Positioning and Angular Orientation Defining of Onboard Direction-Finder Antenna Based on the Results of Radio Direction Finding of Radio Reference Points

Valery N. Tyapkin and Alexander D. Vinogradov*

*Siberian Federal University
Krasnoyarsk, Russian Federation*

Received 24.06.2019, received in revised form 03.10.2019, accepted 21.01.2020

Abstract. The paper considers the possibilities and conditions for the unambiguous determination of the coordinates and angular orientation of the onboard direction – finder antenna placed on a moving object, based on the results of the azimuth-elevation radio direction finding of radio reference points. The coordinates of a moving object are determined by taken at one or several receiving points on board of a moving object measurements of radio signal delay time emitted simultaneously by at least three radio reference points. The unambiguous angular orientation in space is determined by measuring the viewing angles of at least three radio reference points of at least two direction finding pairs of receiving points with intersecting (non-collinear) bases. The article presents the mathematical features of determining the spatial position of onboard DF antenna, a general approach used for solving the problem of azimuth-elevation radio direction finding of three radio reference points, methods for determining the distance to radio reference points based on the results of their azimuth-elevation radio direction finding, and the analysis of the research results.

Keywords: azimuth-angle radio direction finding, radio reference point, onboard direction-finder antenna, navigation system receiver, source of radio emission.

Citation: Tyapkin V.N., Vinogradov A.D. A deterministic approach used for solving the problem of positioning and angular orientation defining of onboard direction-finder antenna based on the results of radio direction finding of radio reference points, J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2020, 13(3), 289-310. DOI: 10.17516/1999-494X-0222

© Siberian Federal University. All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).

* Corresponding author E-mail address: a-glonass@yandex.ru

Детерминированный подход к решению задачи определения координат и угловой ориентации бортовой пеленгаторной антенны по результатам радиопеленгования радиоориентиров

В.Н. Тяпкин, А.Д. Виноградов
*Сибирский федеральный университет
Российская Федерация, Красноярск*

Аннотация. В работе рассматривается исследование возможности и условий однозначного определения координат и угловой ориентации бортовой пеленгаторной антенны (БПА), размещенной на подвижном объекте, по результатам азимутально-угломестного радиопеленгования радиоориентиров. Координаты подвижного объекта определяют по результатам измерений в одной или нескольких точках приема на борту подвижного объекта времен задержки радиосигналов, синхронно излучаемых не менее чем тремя радиоориентирами, а однозначная угловая ориентация в пространстве – путем измерения углов визирования не менее трех радиоориентиров не менее чем двумя пеленгационными парами точек приема с пересекающимися (неколлинеарными) базами. В статье приведены математические особенности определения пространственного положения БПА, общий подход к решению задачи при азимутально-угломестном радиопеленговании трех радиоориентиров, способы определения дальности до радиоориентиров по результатам их азимутально-угломестного радиопеленгования и анализ результатов исследования.

Ключевые слова: азимутально-угломестный радиопеленг, радиоориентир, бортовая пеленгаторная антенна, навигационный приемник, источник радиоизлучения.

Цитирование: Тяпкин, В.Н. Детерминированный подход к решению задачи определения координат и угловой ориентации бортовой пеленгаторной антенны по результатам радиопеленгования радиоориентиров / В.Н. Тяпкин, А.Д. Виноградов // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2020. 13(3). С. 289-310. DOI: 10.17516/1999-494X-0222

Введение

Для определения координат и угловой ориентации подвижных объектов воздушного, морского или наземного базирования в настоящее время используют спутниковые радионавигационные системы [1, 2], основанные на излучении радиосигналов реперными источниками радиоизлучения (ИРИ), размещенными на спутниках с известными координатами, называемые в общем случае радиоориентирами или радионавигационными точками [3], и приеме этих радиосигналов в нескольких пространственно разнесенных точках, размещенных на подвижном объекте, выполняющих функции бортовой пеленгаторной антенны (БПА) и обеспечивающих реализацию фазового метода радиопеленгования [2, 4, 5]. При этом координаты подвижного объекта определяют по результатам измерений в одной или нескольких точках приема на борту подвижного объекта времен задержки радиосигналов, синхронно излучаемых не менее чем тремя радиоориентирами, а однозначная угловая ориентация в пространстве – путем измерения углов визирования не менее трех радиоориентиров не менее чем двумя пеленгационными парами точек приема с пересекающимися (неколлинеарными) базами. Следует отметить, что угол визирования представляет собой угол между отрезком линии, проходящей через пелен-

гационную пару точек приема, и направлением на радиоориентир, проходящим через одну из точек приема пеленгационной пары, координаты которой определены вышеупомянутым образом [2, 4, 5]. То есть координаты и угловая ориентация подвижных объектов определяются спутниковыми радионавигационными системами дальномерно-угломерным методом, реализуемым при условии синхронного излучения радиосигналов радиоориентиров.

В известных работах по радионавигации [6–10] исследованы различные способы определения координат в пространстве подвижного объекта угломерным методом путем радиопеленгования с борта подвижного объекта, оснащенного бортовыми автономными навигационными датчиками и системами (инерциальными, геомагнитными) [11–14], радиоориентиром, реализуемым без предъявления требований к синхронности излучения радиосигналов радиоориентирами. Однако возможности одновременного и однозначного определения координат и угловой ориентации в пространстве подвижного объекта путем азимутально-угломерного радиопеленгования (определения азимута и угла места источников радиоизлучения) с борта подвижного объекта радиоориентиров без использования вспомогательной информации от автономных навигационных датчиков и систем в известных работах по радионавигации [1–14] не исследованы. При этом возникает необходимость решения задачи определения условий однозначности определения координат и угловой ориентации в пространстве подвижного объекта, оснащенного БПА, определяющих минимально возможное число и ограничения на взаимное пространственное расположение БПА и радиоориентиров.

Цель работы – исследование возможности и условий однозначного определения координат и угловой ориентации бортовой пеленгаторной антенны, размещенной на подвижном объекте, по результатам азимутально-угломерного радиопеленгования радиоориентиров.

Постановка задачи. Будем считать, что N радиоориентиров размещены в i -х точках M_i пространства (где $i = 1, 2, \dots, N$) с известными координатами $M_i(x_i, y_i, z_i)$ в нормальной земной системе координат (НЗСК) $\Sigma_{\text{нз}} = \{O, X, Y, Z\}$, представляющей собой левую пространственную прямоугольную декартову систему координат, начало O которой фиксировано по отношению к Земле, ось абсцисс OX которой, находящаяся в горизонтальной плоскости, совпадает с северным направлением истинного или магнитного меридиана или вертикальной линии координатной сетки плоской прямоугольной геодезической системы координат, ось аппликат OZ которой перпендикулярна горизонтальной плоскости и направлена вверх по вертикали, а ось ординат OY которой, находящаяся в горизонтальной плоскости XOY , дополняет систему до левой пространственной прямоугольной декартовой системы координат [15]. Отсчет углов (азимута α и угла места ε) при азимутально-угломерном радиопеленговании реперных ИРИ с борта подвижного объекта, на котором размещена БПА, осуществляется в связанной системе координат БПА $\Sigma_{\text{св}} = \{O', X', Y', Z'\}$, представляющей собой левую пространственную прямоугольную декартову систему координат, начало O' которой помещено в фазовом центре (ФЦ) БПА, осями которой служат продольная, поперечная и нормальная осевые линии БПА, являющиеся осями абсцисс $O'X'$, ординат $O'Y'$ и аппликат $O'Z'$ соответственно [16]. При этом азимут α представляет собой угол между проекцией направления от ФЦ БПА на радиоориентир на азимутальную плоскость $O'X'Y'$, содержащую продольную и поперечную осевые линии БПА, и положительным направлением продольной осевой линии $O'X'$ БПА, измеряемый в градусах в пределах от 0° до 360° и отсчитываемый от положительного направления продольной осевой

линии $O'X'$ БПА по ходу часовой стрелки, если смотреть в направлении навстречу положительному направлению нормальной осевой линии $O'Z'$ БПА. Угол места ε есть угол между направлением от ФЦ БПА на радиоориентир и проекцией вышеупомянутого направления на азимутальную плоскость $O'X'Y'$, содержащую продольную и поперечную осевые линии БПА, измеряемый в градусах в пределах от 0° до $\pm 90^\circ$, отсчитываемый от вышеупомянутой проекции на азимутальную плоскость $O'X'Y'$ с положительным или отрицательным знаками в случае, если радиоориентир находится соответственно выше или ниже азимутальной плоскости $O'X'Y'$, проходящей через ФЦ БПА.

Пространственное положение и угловую ориентацию БПА в НЗСК $\Sigma_{\text{нз}} = \{O, X, Y, Z\}$ будем характеризовать: во-первых, координатами x, y и z точки $M_0(x, y, z)$ размещения ФЦ O' БПА в НЗСК $\Sigma_{\text{нз}} = \{O, X, Y, Z\}$; во-вторых, тремя углами Эйлера [17]: углами курса ψ , тангажа μ и крена ϑ , определяющими угловую ориентацию продольной $O'X'$, поперечной $O'Y'$ и нормальной $O'Z'$ осевых линий БПА в нормальной земной подвижной системе координат (НЗПСК) $\Sigma_{\text{нзп}} = \{O', X, Y, Z\}$, представляющей собой левую пространственную прямоугольную декартову систему координат, начало O' которой помещено в ФЦ O' БПА, а оси абсцисс $O'X$, ординат $O'Y$ и аппликат $O'Z$ которой направлены так же, как и оси соответственно абсцисс OX , ординат OY и аппликат OZ НЗСК $\Sigma_{\text{нз}} = \{O, X, Y, Z\}$ [17–19]. При этом угол курса ψ БПА представляет собой угол между проекцией на горизонтальную плоскость $OX'Y$ НЗПСК $\Sigma_{\text{нзп}} = \{O', X, Y, Z\}$ положительного направления продольной осевой линии $O'X'$ БПА и линией $O'X$, расположенной в горизонтальной плоскости $OX'Y$, проходящей через ФЦ O' БПА, принятой за начало отсчета, измеряемый в градусах в пределах от 0° до 360° и отсчитываемый от вышеупомянутой линии $O'X$ по ходу часовой стрелки, если смотреть в направлении вниз по вертикали, проходящей через ФЦ O' БПА. Угол тангажа μ БПА есть угол между продольной осевой линией $O'X'$ БПА и горизонтальной плоскостью $OX'Y$ НЗПСК $\Sigma_{\text{нзп}} = \{O', X, Y, Z\}$, проходящей через ФЦ O' БПА, измеряемый в градусах в пределах от 0° до $\pm 90^\circ$, отсчитываемый от горизонтальной плоскости $OX'Y$ с положительным или отрицательным знаками в случае, если положительное направление продольной осевой линии $O'X'$ БПА находится соответственно выше или ниже горизонтальной плоскости $OX'Y$. Угол крена ϑ БПА представляет собой угол между поперечной осевой линией $O'Y'$ БПА и осью ординат $O'Y_\psi$ смещенной НЗПСК $\Sigma_{\text{нзп}\psi} = \{O', X_\psi, Y_\psi, Z\}$, представляющей собой НЗПСК, оси абсцисс $O'X_\psi$ и ординат $O'Y_\psi$ которой смещены относительно осей соответственно абсцисс $O'X$ и ординат $O'Y$ НЗПСК $\Sigma_{\text{нзп}} = \{O', X, Y, Z\}$ в положение, при котором угол курса ψ БПА равен нулю. Угол крена ϑ БПА измеряется в градусах в пределах от 0° до $\pm 90^\circ$ и отсчитывается от оси ординат $O'Y_\psi$ смещенной НЗПСК $\Sigma_{\text{нзп}\psi} = \{O', X_\psi, Y_\psi, Z\}$ с положительным или отрицательным знаками в случае, если положительное направление оси ординат $O'Y_\psi$ смещенной НЗПСК $\Sigma_{\text{нзп}\psi} = \{O', X_\psi, Y_\psi, Z\}$ совмещается с положительным направлением поперечной осевой линии $O'Y'$ БПА поворотом вокруг продольной осевой линии $O'X'$ БПА соответственно по ходу или против хода часовой стрелки, если смотреть в положительном направлении продольной осевой линии $O'X'$ БПА.

При одновременном азимутально-угломестном радиопеленговании с борта подвижного объекта N радиоориентиров, размещенных в i -х точках пространства с известными координатами $M_i(x_i, y_i, z_i)$, можно получить соответствующую совокупность i -х пар азимутов α_i и углов места ε_i (где $i = 1, 2, \dots, N$). Так как пространственное положение и угловая ориентация БПА опре-

деляются шестью неизвестными параметрами (тремя координатами x , y и z и тремя углами ψ , μ и ϑ), то для их однозначного определения необходимо измерять не менее шести параметров, какими в рамках рассматриваемой задачи являются не менее трех пар азимутов α_i и углов места ε_i , получаемых, соответственно, в результате радиопеленгования радиоориентиров с их общим числом $N \geq 3$. Детерминированный подход к решению задачи определения координат ФЦ БПА x , y , z и углов ψ , μ и ϑ , определяющих угловую ориентацию БПА, по результатам измерений не менее трех пар азимутов α_i и углов места ε_i при азимутально-угломестном радиопеленговании не менее трех радиоориентиров можно представить в виде четырехэтапной процедуры, этапы которой предназначены для решения следующих частных задач:

- нахождение совокупности расстояний от ФЦ БПА до радиоориентиров;
- определение областей пространства, в которых совокупность расстояний от ФЦ БПА до радиоориентиров однозначна;
- определение координат ФЦ БПА;
- нахождение матрицы вращения и связанных с нею углов Эйлера, определяющих угловую ориентацию в пространстве БПА.

Система уравнений связи между неизвестной совокупностью расстояний от ФЦ БПА до радиоориентиров и соответствующей совокупностью известных (измеряемых) угловых параметров, возникающая при решении первой частной задачи на первом этапе, является нелинейной. Поэтому при азимутально-угломестном радиопеленговании с борта подвижного объекта трех радиоориентиров в общем случае произвольного взаимного пространственного расположения БПА относительно радиоориентиров решение вышеупомянутой определенной системы уравнений относительно совокупности расстояний от ФЦ БПА до трех радиоориентиров неоднозначно и может включать от одного до четырех решений. При увеличении размерности системы уравнений путем азимутально-угломестного радиопеленгования более чем трех радиоориентиров система уравнений связи становится переопределенной, и, соответственно, в случае учета погрешностей измерений азимутов и углов места она перестает быть совместной. Применение для ее решения стандартного метода наименьших квадратов приводит к повышению степени уравнений и, соответственно, к существенному усложнению процедуры определения искомых параметров. Поэтому в данной работе рассматриваем два случая, когда возможен детерминированный подход к решению первой и второй частных задач нахождения однозначной совокупности расстояний от ФЦ БПА до радиоориентиров: а) в случае азимутально-угломестного радиопеленгования трех радиоориентиров, не находящихся на одной прямой линии, когда система уравнений связи между искомыми и измеряемыми параметрами является определенной; б) в случае азимутально-угломестного радиопеленгования четырех радиоориентиров, три из которых расположены на одной прямой линии, когда система уравнений связи между искомыми и измеряемыми параметрами является переопределенной и совместной. Задачи третьего и четвертого этапов стандартны для радионавигации подвижных объектов [6–10], поэтому для их решения не требуется разрабатывать специальных методов. Ключевыми оказываются именно первые два этапа решения вышеупомянутых первой и второй частных задач. Структура возможных решений соответствующих нелинейных систем уравнений связи между искомыми и измеряемыми параметрами оказывается сложной, включая большое число вырожденных случаев. Без понимания данных особенностей затруднительно строить эффек-

тивные вычислительные алгоритмы однозначного определения координат и угловой ориентации БПА, размещенной на подвижном объекте, по результатам азимутально-угломестного радиопеленгования радиоориентиров.

Общий подход к решению задачи при азимутально-угломестном радиопеленговании трех радиоориентиров. Если три радиоориентира размещены в точках $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ и $M_3(x_3, y_3, z_3)$ с заданными известными координатами, находящихся не на одной прямой линии, а ФЦ O' БПА, размещенной на подвижном объекте, – в точке M_0 с неизвестными координатами $M_0(x, y, z)$, то в общем случае указанные четыре точки в трехмерном пространстве образуют треугольную пирамиду, схематическое представление которой приведено на рис. 1, где кроме вышеупомянутых параметров обозначены: ℓ_i – длина i -го бокового ребра M_0M_i треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$; d_{ij} – длина ребра M_iM_j основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$; $\alpha_{ij} = \angle M_iM_0M_j$ – плоский угол при вершине M_0 между боковыми ребрами M_0M_i и M_0M_j треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$; $i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2, 3$; $i < j$. Пространственное положение точки M_0 размещения ФЦ O' БПА и точек M_i размещения i -х радиоориентиров в НЗСК $\Sigma_{\text{нз}} = \{O, X, Y, Z\}$ будем также характеризовать радиус-векторами $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ и $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ соответственно, где $i = 1, 2, 3$.

Допустим, что в результате одновременного азимутально-угломестного радиопеленгования i -х радиоориентиров с использованием БПА определены три пары азимутов α_i и углов места ε_i . Тогда в связанной системе координат БПА $\Sigma_{\text{св}} = \{O', X', Y', Z'\}$ можно определить три единичных вектора $\mathbf{s}_{\text{сви}}$ направлений на i -е радиоориентеры в соответствии с соотношением

$$\mathbf{s}_{\text{сви}} = (\cos \alpha_i \cos \varepsilon_i, \sin \alpha_i \cos \varepsilon_i, \sin \varepsilon_i), \quad (1)$$

где $i = 1, 2, 3$.

С учетом (1) косинусы плоских углов $\cos \alpha_{ij}$ при вершине M_0 треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ (см. рис. 1) можно определить в соответствии с соотношением

$$\cos \alpha_{ij} = (\mathbf{s}_{\text{сви}}, \mathbf{s}_{\text{свj}}) = \cos \varepsilon_i \cos \varepsilon_j \cos(\alpha_i - \alpha_j) + \sin \varepsilon_i \sin \varepsilon_j, \quad (2)$$

где $1 \leq i < j \leq 3$.

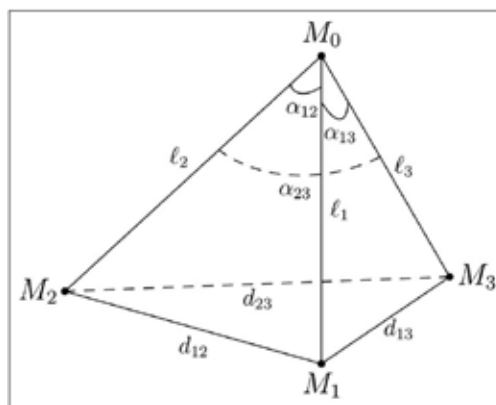


Рис. 1. Схема размещения в пространстве трех радиоориентиров и фазового центра БПА

Fig. 1. Spatial layout of three radio reference points and the onboard DF antenna phase center

Следует отметить, что длины d_{ij} ребер M_iM_j основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ (см. рис. 1) являются априорно известными параметрами и определяются в соответствии с соотношением

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}, \quad (3)$$

где $1 \leq i < j \leq 3$.

С учетом известных значений вышеупомянутых параметров $\cos \alpha_{12}$, $\cos \alpha_{13}$, $\cos \alpha_{23}$, d_{12} , d_{13} и d_{23} для определения трех неизвестных значений длин ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 боковых ребер треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ (см. рис. 1) получаем следующую систему из трех уравнений:

$$\begin{cases} \ell_1^2 + \ell_2^2 - 2\ell_1\ell_2 \cos \alpha_{12} = d_{12}^2; \\ \ell_1^2 + \ell_3^2 - 2\ell_1\ell_3 \cos \alpha_{13} = d_{13}^2; \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 - 2\ell_2\ell_3 \cos \alpha_{23} = d_{23}^2. \end{cases} \quad (4)$$

Как показали вычислительные эксперименты, система уравнений (4) относительно искоемых значений параметров ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 может иметь от одного до четырех решений в каждой из двух областей пространства, находящихся симметрично относительно плоскости расположения трех радиоориентиров. Структура этих решений и правила выбора правильного (однозначного) решения будут описаны далее. Предположим, что однозначные значения параметров ℓ_1 , ℓ_2 , ℓ_3 из системы уравнений (4) определены. Для неизвестных координат x , y и z точки $M_0(x, y, z)$ расположения ФЦ БПА получаем следующую систему из трех уравнений:

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = \ell_1^2; \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = \ell_2^2; \\ (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = \ell_3^2. \end{cases} \quad (5)$$

Для решения системы уравнений (5) вычтем из второго и третьего уравнений первое уравнение и перенесем параметры, связанные с неизвестным значением z , в правые части уравнений, в результате чего относительно неизвестных значений координат x и y получаем следующую систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} 2x(x_1 - x_2) + 2y(y_1 - y_2) = \ell_2^2 - \ell_1^2 + x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 + z_1^2 - z_2^2 - 2z(z_1 - z_2); \\ 2x(x_1 - x_3) + 2y(y_1 - y_3) = \ell_3^2 - \ell_1^2 + x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2 + z_1^2 - z_3^2 - 2z(z_1 - z_3). \end{cases} \quad (6)$$

Согласно правилу Крамера решение системы уравнений (6) относительно координат x и y , зависящих от неизвестного значения координаты z , определяется соотношениями

$$x = V^{-1} \begin{vmatrix} A(z) & 2(y_1 - y_2) \\ B(z) & 2(y_1 - y_3) \end{vmatrix}, \quad y = V^{-1} \begin{vmatrix} 2(x_1 - x_2) & A(z) \\ 2(x_1 - x_3) & B(z) \end{vmatrix}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} A(z) &= \ell_2^2 - \ell_1^2 + x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 + z_1^2 - z_2^2 - 2z(z_1 - z_2); \\ B(z) &= \ell_3^2 - \ell_1^2 + x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2 + z_1^2 - z_3^2 - 2z(z_1 - z_3); \end{aligned}$$

V – определитель системы уравнений (6), определяемый соотношением

$$V = 2 \begin{vmatrix} (x_1 - x_2) & (y_1 - y_2) \\ (x_1 - x_3) & (y_1 - y_3) \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Для однозначной разрешимости системы уравнений (6) в соответствии с (7) требуется, чтобы определитель V системы уравнений (6) не был равен нулю, что с учетом (8) равносильно требованию того, чтобы точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ и $M_3(x_3, y_3, z_3)$ размещения радиоориентиров не находились на одной прямой, что напрямую вытекает из постановки задачи (см. рис. 1).

После подстановки соотношений (7) в одно из уравнений (5) получим квадратное уравнение относительно z . Полученное в результате решения вышеупомянутого квадратного уравнения значение координаты z точки $M_0(x, y, z)$ расположения ФЦ БПА используется в качестве известного параметра при решении системы их двух уравнений (6) в соответствии с соотношениями (7) относительно значений координат x и y точки $M_0(x, y, z)$ расположения ФЦ БПА.

После нахождения координат точки $M_0(x, y, z)$ расположения ФЦ O' БПА и вычисления в НЗСК $\Sigma_{\text{нз}} = \{O, X, Y, Z\}$ радиус-векторов $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ и $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ можно определить три единичных вектора $\mathbf{s}_{\text{нз}i}$ направлений на i -е радиоориентир относительно ФЦ O' БПА в НЗПСК $\Sigma_{\text{нзп}} = \{O', X, Y, Z\}$ в соответствии с соотношением

$$\mathbf{s}_{\text{нз}i} = (s_{\text{нз}i x}, s_{\text{нз}i y}, s_{\text{нз}i z}) = \frac{\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_i|}, \quad (9)$$

где $s_{\text{нз}i x}$, $s_{\text{нз}i y}$ и $s_{\text{нз}i z}$ – координаты i -го единичного вектора $\mathbf{s}_{\text{нз}i}$ в НЗПСК $\Sigma_{\text{нзп}} = \{O', X, Y, Z\}$; $i = 1, 2, 3$.

Определим квадратную матрицу $\mathbf{S}_{\text{нзп}}$ размера 3×3 координат трех полученных по формуле (9) единичных векторов $\mathbf{s}_{\text{нзп}1}$, $\mathbf{s}_{\text{нзп}2}$ и $\mathbf{s}_{\text{нзп}3}$, записанных в столбцы, в соответствии с соотношением

$$\mathbf{S}_{\text{нзп}} = (\mathbf{s}_{\text{нзп}1}^T, \mathbf{s}_{\text{нзп}2}^T, \mathbf{s}_{\text{нзп}3}^T) = \begin{pmatrix} s_{\text{нзп}1 x} & s_{\text{нзп}2 x} & s_{\text{нзп}3 x} \\ s_{\text{нзп}1 y} & s_{\text{нзп}2 y} & s_{\text{нзп}3 y} \\ s_{\text{нзп}1 z} & s_{\text{нзп}2 z} & s_{\text{нзп}3 z} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где $(\cdot)^T$ – знак транспонирования.

По аналогии с (10) определим квадратную матрицу $\mathbf{S}_{\text{св}}$ размера 3×3 координат трех полученных по формуле (1) единичных векторов $\mathbf{s}_{\text{св}1}$, $\mathbf{s}_{\text{св}2}$ и $\mathbf{s}_{\text{св}3}$ в связанной системе координат $\Sigma_{\text{св}} = \{O', X', Y', Z'\}$, записанных в столбцы, в соответствии с соотношением

$$\mathbf{S}_{\text{св}} = (\mathbf{s}_{\text{св}1}^T, \mathbf{s}_{\text{св}2}^T, \mathbf{s}_{\text{св}3}^T) = \begin{pmatrix} \cos \alpha_1 \cos \varepsilon_1 & \cos \alpha_2 \cos \varepsilon_2 & \cos \alpha_3 \cos \varepsilon_3 \\ \sin \alpha_1 \cos \varepsilon_1 & \sin \alpha_2 \cos \varepsilon_2 & \sin \alpha_3 \cos \varepsilon_3 \\ \sin \varepsilon_1 & \sin \varepsilon_2 & \sin \varepsilon_3 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Квадратные матрицы $\mathbf{S}_{\text{нзп}}$ и $\mathbf{S}_{\text{св}}$ размеров 3×3 связаны между собой матричным соотношением

$$\mathbf{S}_{\text{нзп}} = \boldsymbol{\xi}_{\text{св}}^{\text{нзп}} \mathbf{S}_{\text{св}}, \quad (12)$$

где $\xi_{\text{св}}^{\text{нзп}}$ – квадратная матрица вращения размера 3×3 при переходе от связанной системы координат $\Sigma_{\text{св}} = \{O', X', Y', Z'\}$ к НЗПСК $\Sigma_{\text{нзп}} = \{O', X, Y, Z\}$, определяемая соотношением

$$\xi_{\text{св}}^{\text{нзп}} = \begin{pmatrix} \xi_{X'X} & \xi_{Y'X} & \xi_{Z'X} \\ \xi_{X'Y} & \xi_{Y'Y} & \xi_{Z'Y} \\ \xi_{X'Z} & \xi_{Y'Z} & \xi_{Z'Z} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где $\xi_{X'X}$, $\xi_{X'Y}$, $\xi_{X'Z}$, $\xi_{Y'X}$, $\xi_{Y'Y}$, $\xi_{Y'Z}$, $\xi_{Z'X}$, $\xi_{Z'Y}$ и $\xi_{Z'Z}$ – направляющие косинусы осей связанной системы координат $\Sigma_{\text{св}} = \{O', X', Y', Z'\}$ в НЗПСК $\Sigma_{\text{нзп}} = \{O', X, Y, Z\}$, связанные со значениями углов курса ψ , тангажа μ и крена ϑ БПА соотношениями [17],

$$\begin{cases} \xi_{X'X} = \cos \psi \cos \mu; \\ \xi_{X'Y} = \sin \psi \cos \mu; \\ \xi_{X'Z} = \sin \mu; \\ \xi_{Y'X} = \sin \vartheta \cos \psi \sin \mu - \cos \vartheta \sin \psi; \\ \xi_{Y'Y} = \cos \vartheta \cos \psi + \sin \vartheta \sin \psi \sin \mu; \\ \xi_{Y'Z} = -\sin \vartheta \cos \mu; \\ \xi_{Z'X} = -\sin \vartheta \sin \psi - \cos \vartheta \cos \psi \sin \mu; \\ \xi_{Z'Y} = \sin \vartheta \cos \psi - \cos \vartheta \sin \psi \sin \mu; \\ \xi_{Z'Z} = \cos \vartheta \cos \mu. \end{cases} \quad (14)$$

По вычисленным значениям квадратных матриц $S_{\text{нзп}}$ и $S_{\text{св}}$ из формулы (12) получаем следующее соотношение для квадратной матрицы вращения $\xi_{\text{св}}^{\text{нзп}}$ размера 3×3 :

$$\xi_{\text{св}}^{\text{нзп}} = \begin{pmatrix} \xi_{X'X} & \xi_{Y'X} & \xi_{Z'X} \\ \xi_{X'Y} & \xi_{Y'Y} & \xi_{Z'Y} \\ \xi_{X'Z} & \xi_{Y'Z} & \xi_{Z'Z} \end{pmatrix} = S_{\text{нзп}} S_{\text{св}}^{-1}, \quad (15)$$

где $S_{\text{св}}^{-1}$ – матрица, обратная матрице $S_{\text{св}}$.

Поскольку квадратная матрица вращения $\xi_{\text{св}}^{\text{нзп}}$ определена в соответствии с соотношением (15), то тем самым однозначно с использованием соотношений (15) определяют углы курса ψ , тангажа μ и крена ϑ БПА. Например, угол тангажа μ определяют с использованием значения параметра $\xi_{X'Z}$ в виде $\mu = \arcsin \xi_{X'Z}$, а углы курса ψ и крена ϑ – с использованием значений параметров $\xi_{X'X}$, $\xi_{X'Y}$, $\xi_{Y'Z}$, $\xi_{Z'Z}$ (если $\cos \mu \neq 0$) или значений параметров $\xi_{Y'Z}$, $\xi_{Z'X}$, $\xi_{Y'Y}$, $\xi_{Z'Y}$ (в противном случае).

Математические особенности определения пространственного положения БПА. Несмотря на внешнюю простоту системы уравнений (4), она имеет ряд особенностей, связанных с описанием всех ее решений относительно неизвестных значений параметров ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 для разных случаев расположения в пространстве БПА и радиоориентиров, требующих обширного математического исследования. С прикладной точки зрения более практичным выглядит подход, заключающийся в разработке приближенного метода решения системы уравнений (4), учитывающего структуру возможных решений, полученную с использованием априорной информации относительно области возможных значений искомых параметров. Без понимания такой структуры возможных решений системы уравнений (4) гораздо сложнее разрабатывать

эффективные приближенные методы, позволяющие контролировать погрешности входных данных и промежуточных вычислений.

Систему трех уравнений (4) относительно трех неизвестных значений длин боковых ребер ℓ_1, ℓ_2 и ℓ_3 треугольной пирамиды (см. рис. 1) можно свести в общем случае к уравнению четвертой степени относительно одной переменной. Для пояснения этой возможности необходимо указать на следующие свойства решений исходной системы уравнений (4).

Во-первых, если (ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3) – решение, то, очевидно, $(-\ell_1, -\ell_2, -\ell_3)$ тоже решение. Кроме того, хотя решение с отрицательными значениями ребер не «физично», оно оказывается связанным с аналогичной задачей для тех же точек M_1, M_2, M_3 , но с набором углов α_{12}, α_{13} и α_{23} дающих те же значения по модулю косинусов. Например, если $(-\ell_1, \ell_2, \ell_3)$ – одно из решений для набора углов $(\alpha_{12}, \alpha_{13}, \alpha_{23})$, то (ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3) – решение для углов $(\pi - \alpha_{12}, \pi - \alpha_{13}, \alpha_{23})$.

Во-вторых, если считать все возможные решения, в том числе с нулевыми и отрицательными значениями длин боковых ребер ℓ_1, ℓ_2 и ℓ_3 , то их получится не более восьми. С учетом описанной выше симметрии количество положительных решений не превышает четырех.

В-третьих, каждое конкретное решение (ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3) непрерывно зависит от набора углов $(\alpha_{12}, \alpha_{13}, \alpha_{23})$.

В-четвертых, систему трех уравнений (4) относительно трех неизвестных значений длин боковых ребер ℓ_1, ℓ_2 и ℓ_3 треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ (см. рис. 1) можно интерпретировать следующим образом. В каждой из боковых треугольных граней $M_0M_iM_j$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ известна длина d_{ij} стороны M_iM_j треугольника и угол α_{ij} , находящийся напротив указанной стороны M_iM_j , где $1 \leq i < j \leq 3$. Следовательно, для каждой из боковых треугольных граней $M_0M_iM_j$ известен и соответствующий радиус $R_{d_{ij}}$ окружности, описанной около боковой грани $M_0M_iM_j$, причем отрезок M_iM_j , являющийся хордой окружности, делит окружность на две дуги, имеющие в общем случае разные длины. Искомая точка M_0 треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ (см. рис. 1) в зависимости от величины угла α_{ij} , который может быть острым или тупым, может располагаться соответственно на большей или меньшей дуге окружности, описанной около боковой грани $M_0M_iM_j$. Для каждой из трех боковых треугольных граней $M_0M_iM_j$ вышеупомянутая окружность не единственна и образует семейство окружностей, которое описывается как множество точек, находящихся на поверхности, образованной вращением окружности с радиусом $R_{d_{ij}}$ вокруг оси M_iM_j , лежащей в плоскости этой окружности и в отличие от обычного («открытого») тора пересекающей ее. При этом центр окружности, описанной около боковой грани $M_0M_iM_j$, вращаемой вокруг оси M_iM_j , описывает окружность с центром в середине стороны M_iM_j основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ и

радиусом, меньшим, чем $R_{d_{ij}}$, и равным $\sqrt{R_{d_{ij}}^2 - \frac{d_{ij}^2}{4}}$. Поэтому вышеупомянутая поверхность

представляет собой «закрытый» тор (тор без отверстия в центре), часть внешних границ которого, образованная вращением меньшей дуги окружности с радиусом $R_{d_{ij}}$, располагается внутри его внешних границ, образованных вращением большей дуги окружности с радиусом $R_{d_{ij}}$. Внешний вид «закрытого» тора, образованного вращением окружности с радиусом $R_{d_{ij}}$ вокруг оси M_iM_j , являющейся хордой окружности, представлен на рис. 2.

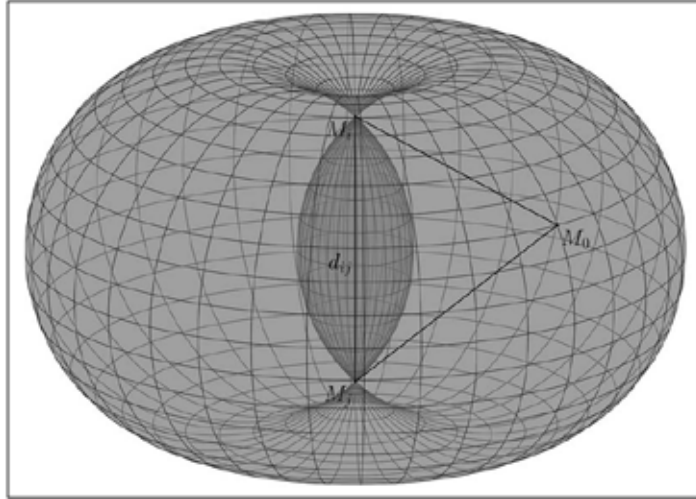


Рис. 2. Внешний вид «закрытого» тора, образованного вращением окружности вокруг ее хорды

Fig. 2. The external view of a “closed” torus formed by the rotation of a circle around its chord

Используя вышеупомянутую геометрическую интерпретацию особенностей описания возможных решений системы уравнений (4) относительно трех неизвестных значений длин боковых ребер ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ (см. рис. 1), можно составить эквивалентную системам уравнений (4) и (5) систему трех уравнений относительно трех неизвестных координат x , y и z точки $M_0(x, y, z)$ расположения ФЦ БПА, обеспечивающую возможность определения координат ФЦ БПА без необходимости определения длин боковых ребер ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 треугольной пирамиды. Для этого обозначим точками $M_{ij}(x_{ij}, y_{ij}, z_{ij})$ середины ребер M_iM_j основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$, координаты x_{ij} , y_{ij} и z_{ij} которых определяются в соответствии с соотношениями

$$x_{ij} = \frac{x_i + x_j}{2}; y_{ij} = \frac{y_i + y_j}{2}; z_{ij} = \frac{z_i + z_j}{2}, \quad (16)$$

где $1 \leq i < j \leq 3$.

Тогда систему трех уравнений относительно трех неизвестных координат x , y и z точки $M_0(x, y, z)$ расположения ФЦ БПА можно представить в виде

$$\begin{cases} \left((x - x_{12})^2 + (y - y_{12})^2 + (z - z_{12})^2 - \frac{d_{12}^2}{4} \right)^2 - \left((x - x_{12})^2 + (y - y_{12})^2 \right) d_{12}^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha_{12} = 0; \\ \left((x - x_{13})^2 + (y - y_{13})^2 + (z - z_{13})^2 - \frac{d_{13}^2}{4} \right)^2 - \left((x - x_{13})^2 + (y - y_{13})^2 \right) d_{13}^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha_{13} = 0; \\ \left((x - x_{23})^2 + (y - y_{23})^2 + (z - z_{23})^2 - \frac{d_{23}^2}{4} \right)^2 - \left((x - x_{23})^2 + (y - y_{23})^2 \right) d_{23}^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha_{23} = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Для определения областей пространства, в которых совокупность расстояний ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 от ФЦ БПА до трех радиоориентиров является однозначной, рассмотрим схему размещения в

пространстве трех радиоориентиров и фазового центра БПА, приведенную на рис.1. Исходя из геометрического представления задачи нахождения трех неизвестных значений длин боковых ребер ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$, можно утверждать, что если каждый угол α_{ij} боковой грани $M_0M_iM_j$ больше соответствующего ему угла основания $\angle M_iM_kM_j$, $1 \leq k \neq i, j \leq 3$, то решение единственно, а проекция точки $M_0(x, y, z)$ расположения ФЦ БПА на плоскость треугольника $M_1M_2M_3$ находится внутри треугольника основания $M_1M_2M_3$. В случае, когда угол α_{ij} боковой грани $M_0M_iM_j$ оказывается равным соответствующему ему углу основания $\angle M_iM_kM_j$, возникает решение с нулевым ребром. При уменьшении угла α_{ij} боковой грани $M_0M_iM_j$ (например, при вертикальном подъеме БПА относительно плоскости треугольника $M_1M_2M_3$), в силу непрерывности, все значения боковых ребер ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ являются ненулевыми и положительными.

Особенности нахождения аналитического решения системы уравнений (4) относительно искомых значений параметров ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 продемонстрируем на основе частного случая, когда основание $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ (см. рис. 1) представляет собой равносторонний треугольник со стороной $d = d_{12} = d_{13} = d_{23}$. Заметим, что используемые при этом приемы в целом применимы и для общего случая. При условии $d = d_{12} = d_{13} = d_{23}$ и замены переменных $\ell_2 = b\ell_1$, $\ell_3 = c\ell_1$ (случай $\ell_1 = 0$ следует рассмотреть отдельно) система уравнений (4) примет вид

$$\begin{cases} \ell_1^2(1 - 2b\cos\alpha_{12} + b^2) = d^2; \\ \ell_1^2(1 - 2c\cos\alpha_{13} + c^2) = d^2; \\ \ell_1^2(c^2 - 2bc\cos\alpha_{23} + b^2) = d^2. \end{cases} \quad (18)$$

Если разделить первое уравнение системы (18) на второе, далее из суммы первого и второго уравнения вычесть третье уравнение системы (18) и, наконец, результат поделить на первое уравнение системы (18), то относительно двух неизвестных параметров b и c получим следующую систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} b^2 - 2b\cos\alpha_{12} = c^2 - 2c\cos\alpha_{13}; \\ 2c(b\cos\alpha_{23} - \cos\alpha_{13}) = b^2 - 1. \end{cases} \quad (19)$$

Из второго уравнения системы уравнений (19) выразим параметр c через неизвестный параметр b (случай $b = \pm 1$ требует отдельного рассмотрения), подставим полученное соотношение в первое уравнение системы уравнений (19) и относительно неизвестного параметра b получим уравнение

$$(1 - 4\cos^2\alpha_{23})b^4 + 4\cos\alpha_{23}(\cos\alpha_{23} + 2\cos\alpha_{12}\cos\alpha_{23})b^3 - 2(1 + 8\cos\alpha_{12}\cos\alpha_{13}\cos\alpha_{23})b^2 + \dots \rightarrow \quad (20)$$

$$\rightarrow \dots + 4\cos\alpha_{13}(\cos\alpha_{23} + 2\cos\alpha_{12}\cos\alpha_{13})b + 1 - 4\cos^2\alpha_{13} = 0.$$

Для уравнения (20) значения угла α_{23} , при которых $\cos\alpha_{23} = \frac{1}{2}$, являются особыми. При

таких значениях угла α_{23} порядок уравнения (20) понижается с четырех до трех. Кроме того, значения корня $b = \pm 1$ приводят к другим частным случаям. Эти обстоятельства не позволяют в общем случае использовать уравнение (20) для численного решения исходной системы уравне-

ний (18), поскольку при приближении к вышеупомянутым вырожденным случаям нарушается устойчивость искомых решений.

Следует отметить, что можно существенно упростить решение системы уравнений (5) путем введения локальной системы координат (ЛСК) $\Sigma_{\text{л}} = \{O'', X'', Y'', Z''\}$, представляющей собой левую пространственную прямоугольную декартову систему координат, начало O'' которой находится в точке пересечения медиан основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$, координаты $x_{O''}$, $y_{O''}$ и $z_{O''}$ которой в НЗСК $\Sigma_{\text{нз}} = \{O, X, Y, Z\}$ определяются соотношениями ось абсцисс $O''X''$ которой, находящаяся в плоскости основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$, проходит через точку M_1 размещения первого радиоориентира, ось аппликат $O''Z''$ которой перпендикулярна плоскости основания $M_1M_2M_3$ с положительным направлением, образующим острый угол с осью аппликат OZ НЗСК $\Sigma_{\text{нз}} = \{O, X, Y, Z\}$, а ось ординат $O''Y''$ которой, находящаяся в плоскости основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$, дополняет систему до левой пространственной прямоугольной декартовой системы координат.

$$x_{O''} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}; y_{O''} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}; z_{O''} = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3}. \quad (21)$$

Пусть $\mathbf{r}_{O''} = (x_{O''}, y_{O''}, z_{O''})$ – радиус-вектор точки O'' в НЗСК $\Sigma_{\text{нз}} = \{O, X, Y, Z\}$, а вектор нормали $\mathbf{n}$ к плоскости треугольника $M_1M_2M_3$ определяется следующим образом:

$$\mathbf{n} = (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \times (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) = \begin{vmatrix} \mathbf{s}_{\text{нз1}} & \mathbf{s}_{\text{нз2}} & \mathbf{s}_{\text{нз3}} \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix}, \quad (22)$$

где $\mathbf{s}_{\text{нз1}} = (1, 0, 0)$, $\mathbf{s}_{\text{нз2}} = (0, 1, 0)$, $\mathbf{s}_{\text{нз3}} = (0, 0, 1)$ – единичные орты в НЗСК. Если угол между положительными направлениями вектора нормали $\mathbf{n}$ и единичного орта $\mathbf{s}_{\text{нз3}}$ превышает 90° , то есть для скалярного произведения выполняется соотношение $\mathbf{n} \cdot \mathbf{s}_{\text{нз3}} < 0$, то вектор $\mathbf{n}$ заменяется на $-\mathbf{n}$.

Определим единичные орты $\mathbf{s}_{\text{л1}}$, $\mathbf{s}_{\text{л2}}$ и $\mathbf{s}_{\text{л3}}$ ЛСК $\Sigma_{\text{л}} = \{O'', X'', Y'', Z''\}$ в виде следующих соотношений:

$$\mathbf{s}_{\text{л1}} = \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{O''}}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{O''}|}; \mathbf{s}_{\text{л2}} = \frac{\mathbf{s}_{\text{л1}} \times \mathbf{s}_{\text{л3}}}{|\mathbf{s}_{\text{л1}} \times \mathbf{s}_{\text{л3}}|}; \mathbf{s}_{\text{л3}} = \frac{\mathbf{n}}{|\mathbf{n}|}. \quad (23)$$

Отметим, что порядок сомножителей в векторном произведении $\mathbf{s}_{\text{л1}} \times \mathbf{s}_{\text{л3}}$, определяющем в соответствии с (23) единичный орт $\mathbf{s}_{\text{л2}}$, выбран таким образом, чтобы упорядоченная совокупность единичных ортов $\mathbf{s}_{\text{л1}}$, $\mathbf{s}_{\text{л2}}$ и $\mathbf{s}_{\text{л3}}$ ЛСК $\Sigma_{\text{л}} = \{O'', X'', Y'', Z''\}$ образовывала левую тройку векторов.

Пусть $\mathbf{r}$ – радиус вектор точки M_0 расположения ФЦ БПА, имеющей координаты (x, y, z) в НЗСК и координаты (x'', y'', z'') в ЛСК. Тогда с учетом (21)–(23) справедливо векторное соотношение

$$\mathbf{r} = x\mathbf{s}_{\text{нз1}} + y\mathbf{s}_{\text{нз2}} + z\mathbf{s}_{\text{нз3}} = \mathbf{r}_{O''} + x''\mathbf{s}_{\text{л1}} + y''\mathbf{s}_{\text{л2}} + z''\mathbf{s}_{\text{л3}}. \quad (24)$$

Из векторного соотношения (24) с учетом (21)–(23) можно получить следующие соотношения для определения координат (x, y, z) точки M_0 в НЗСК по полученным (заданным) значениям координат (x'', y'', z'') этой же точки в ЛСК:

$$\begin{cases} x = x_{O''} + x''(\mathbf{s}_{л1} \cdot \mathbf{s}_{н31}) + y''(\mathbf{s}_{л2} \cdot \mathbf{s}_{н31}) + z''(\mathbf{s}_{л3} \cdot \mathbf{s}_{н31}); \\ y = y_{O''} + x''(\mathbf{s}_{л1} \cdot \mathbf{s}_{н32}) + y''(\mathbf{s}_{л2} \cdot \mathbf{s}_{н32}) + z''(\mathbf{s}_{л3} \cdot \mathbf{s}_{н32}); \\ z = z_{O''} + x''(\mathbf{s}_{л1} \cdot \mathbf{s}_{н33}) + y''(\mathbf{s}_{л2} \cdot \mathbf{s}_{н33}) + z''(\mathbf{s}_{л3} \cdot \mathbf{s}_{н33}), \end{cases} \quad (25)$$

и следующие соотношения для определения координат (x'', y'', z'') точки M_0 в ЛСК по полученным (заданным) значениям координат (x, y, z) этой же точки в НЗСК:

$$\begin{cases} x'' = (x - x_{O''})(\mathbf{s}_{н31} \cdot \mathbf{s}_{л1}) + (y - y_{O''})(\mathbf{s}_{н32} \cdot \mathbf{s}_{л1}) + (z - z_{O''})(\mathbf{s}_{н33} \cdot \mathbf{s}_{л1}); \\ y'' = (x - x_{O''})(\mathbf{s}_{н31} \cdot \mathbf{s}_{л2}) + (y - y_{O''})(\mathbf{s}_{н32} \cdot \mathbf{s}_{л2}) + (z - z_{O''})(\mathbf{s}_{н33} \cdot \mathbf{s}_{л2}); \\ z'' = (x - x_{O''})(\mathbf{s}_{н31} \cdot \mathbf{s}_{л3}) + (y - y_{O''})(\mathbf{s}_{н32} \cdot \mathbf{s}_{л3}) + (z - z_{O''})(\mathbf{s}_{н33} \cdot \mathbf{s}_{л3}). \end{cases} \quad (26)$$

Пространственное положение точек M_i размещения i -х радиоориентиров в вышеупомянутой ЛСК $\Sigma_{л} = \{O'', X'', Y'', Z''\}$ будем характеризовать радиус-векторами $\mathbf{r}_i = (x''_i, y''_i, 0)$, находящимися в плоскости основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$, где $i = 1, 2, 3$. Тогда с учетом (25) и (26) и определенности выбора положительного направления оси абсцисс $O''X''$ ЛСК $\Sigma_{л} = \{O'', X'', Y'', Z''\}$, проходящего через точку M_1 размещения первого радиоориентира, при котором $y''_1 = 0$, система уравнений (5) для неизвестных координат x'', y'' и z'' точки M_0 (x'', y'', z'') расположения ФЦ БПА в ЛСК $\Sigma_{л} = \{O'', X'', Y'', Z''\}$ может быть представлена в виде

$$\begin{cases} (x'' - x''_1)^2 + (y'')^2 + (z'')^2 = \ell_1^2; \\ (x'' - x''_2)^2 + (y'' - y''_2)^2 + (z'')^2 = \ell_2^2; \\ (x'' - x''_3)^2 + (y'' - y''_3)^2 + (z'')^2 = \ell_3^2. \end{cases} \quad (27)$$

При этом система из двух уравнений относительно неизвестных значений координат x'' и y'' точки M_0 расположения ФЦ БПА в ЛСК $\Sigma_{л} = \{O'', X'', Y'', Z''\}$, полученная аналогичным образом, как и система уравнений (6), с учетом (27) может быть представлена в виде

$$\begin{cases} 2x''(x''_1 - x''_2) - 2y''y''_2 = \ell_2^2 - \ell_1^2 + (x''_1)^2 - (x''_2)^2 - (y''_2)^2; \\ 2x''(x''_1 - x''_3) - 2y''y''_3 = \ell_3^2 - \ell_1^2 + (x''_1)^2 - (x''_3)^2 - (y''_3)^2. \end{cases} \quad (28)$$

Согласно правилу Крамера решение системы уравнений (28) относительно координат x'' и y'' точки M_0 расположения ФЦ БПА в ЛСК, в отличие от (7) не зависящее от неизвестного значения координаты z'' , определяется соотношениями

$$x'' = \frac{\begin{vmatrix} A_{л} & -2y''_2 \\ B_{л} & -2y''_3 \end{vmatrix}}{2(y''_2(x''_1 - x''_3) - y''_3(x''_1 - x''_2))}; \quad y'' = \frac{\begin{vmatrix} 2(x''_1 - x''_2) & A_{л} \\ 2(x''_1 - x''_3) & B_{л} \end{vmatrix}}{2(y''_2(x''_1 - x''_3) - y''_3(x''_1 - x''_2))}, \quad (29)$$

где

$$A_{л} = \ell_2^2 - \ell_1^2 + (x''_1)^2 - (x''_2)^2 - (y''_2)^2, \quad B_{л} = \ell_3^2 - \ell_1^2 + (x''_1)^2 - (x''_3)^2 - (y''_3)^2.$$

Из первого уравнения системы (27) с учетом полученных в соответствии с (29) значений x'' и y'' неизвестное значение координаты z'' точки $M_0(x'', y'', z'')$ расположения ФЦ БПА в ЛСК $\Sigma_n = \{O'', X'', Y'', Z''\}$ определяется в соответствии с соотношением

$$(z'')^2 = \ell_1^2 - (x'' - x_1'')^2 - (y'')^2. \quad (30)$$

Определение координат (x, y, z) точки M_0 в НЗСК $\Sigma_{nz} = \{O, X, Y, Z\}$ по полученным в соответствии с (29) и (30) значениям координат (x'', y'', z'') этой же точки в ЛСК $\Sigma_n = \{O'', X'', Y'', Z''\}$ осуществляется в соответствии с соотношением (25).

Способы определения дальности до радиоориентиров по результатам их азимутально-угломестного радиопеленгования. Решение системы уравнений (4) относительно неизвестных значений длин ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 боковых ребер треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ (см. рис. 1), соответствующих дальностям от БПА до радиоориентиров, с помощью прямых аналитических методов, как было сказано ранее, сводится к поиску корней многочлена четвертой степени, один из вариантов которого определяется соотношением (20). Коэффициент при старшей степени может быть малым или даже вырождаться, что является причиной неустойчивости поиска корней вышеупомянутого многочлена. Поэтому более удобным с практической точки зрения представляется применение приближенного метода решения. Будем использовать метод Ньютона для нелинейных систем [20]. Этот метод наиболее эффективен в случае, когда имеется априорно известное начальное приближение для искомого решения. Обратная матрица, возникающая при реализации метода Ньютона, выписывается явно. Нет никаких других операций над данными, кроме арифметических, поскольку значения $\cos \alpha_{ij}$ вычисляются в соответствии с соотношением (2) один раз по результатам измерений азимутов α_i и углов места ε_i при одновременном азимутально-угломестном радиопеленговании i -х радиоориентиров с использованием БПА. Для получения требуемой точности вычислений искомых значений длин ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 достаточно сделать 5-6 итераций. Это обеспечивает проведение расчетов в режиме реального времени. Решение системы уравнений (4), как было ранее отмечено, не является однозначным. Вместе с тем в условиях наличия априорно известной информации о ранее упомянутых закономерностях и условиях возникновения паразитных решений можно заранее рассчитать рекомендуемые области размещения БПА относительно радиоориентиров, чтобы метод Ньютона при решении системы уравнений (4) относительно неизвестных значений параметров ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 сходил к истинным значениям искомых параметров.

Для решения системы уравнений (4) методом Ньютона представим ее в векторной форме с использованием вектора $\mathbf{F}(\mathbf{L})$ в виде соотношения

$$\mathbf{F}(\mathbf{L}) = \begin{pmatrix} F_1(\mathbf{L}) \\ F_2(\mathbf{L}) \\ F_3(\mathbf{L}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ell_1^2 + \ell_2^2 - \ell_1\ell_2 \cos \alpha_{12} - d_{12}^2 \\ \ell_1^2 + \ell_3^2 - \ell_1\ell_3 \cos \alpha_{13} - d_{13}^2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 - \ell_2\ell_3 \cos \alpha_{23} - d_{23}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (31)$$

где $\mathbf{L} = (\ell_1, \ell_2, \ell_3)^T$ – вектор-столбец неизвестных параметров ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 ; $F_1 = F_1(\mathbf{L})$, $F_2 = F_2(\mathbf{L})$ и $F_3 = F_3(\mathbf{L})$ – компоненты вектор-столбца $\mathbf{F}(\mathbf{L})$, задаваемые в соответствии с системой уравнений (4).

Обозначим через $\mathbf{DF}(\mathbf{L})$ квадратную матрицу размера 3×3 , элементами которой являются частные производные $\frac{\partial F_i}{\partial \ell_j}$ (где $i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$) компонент F_i вектор-столбца $\mathbf{F}(\mathbf{L})$, определяемую с учетом (31) соотношением

$$\mathbf{DF}(\mathbf{L}) = 2 \begin{pmatrix} \ell_1 - \ell_2 \cos \alpha_{12} & \ell_2 - \ell_1 \cos \alpha_{12} & 0 \\ \ell_1 - \ell_3 \cos \alpha_{13} & 0 & \ell_3 - \ell_2 \cos \alpha_{13} \\ 0 & \ell_2 - \ell_3 \cos \alpha_{23} & \ell_3 - \ell_2 \cos \alpha_{23} \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Кроме того, обозначим через $\mathbf{L}^{(m)} = (\ell_1^{(m)}, \ell_2^{(m)}, \ell_3^{(m)})^T$ вектор-столбец параметров $\ell_1^{(m)}, \ell_2^{(m)}$ и $\ell_3^{(m)}$, соответствующих m -й итерации решения системы уравнений (4) методом Ньютона, где $m = 0, 1, 2, \dots$ – порядковый номер итерации. Тогда вектор-столбец $\mathbf{L}^{(m+1)} = (\ell_1^{(m+1)}, \ell_2^{(m+1)}, \ell_3^{(m+1)})^T$ дальностей от БПА до радиоориентиров $\ell_1^{(m+1)}, \ell_2^{(m+1)}$ и $\ell_3^{(m+1)}$, определяемых на $(m+1)$ -й итерации решения системы уравнений (4) методом Ньютона [20], с учетом (31) и (32) определяется соотношением

$$\mathbf{L}^{(m+1)} = \mathbf{L}^{(m)} - (\mathbf{DF}(\mathbf{L}^{(m)}))^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{L}^{(m)}), \quad (33)$$

где $(\mathbf{DF}(\mathbf{L}^{(m)}))^{-1}$ – матрица, обратная матрице $\mathbf{DF}(\mathbf{L}^{(m)})$, соответствующей m -й итерации решения системы уравнений (4), определяемая с учетом (32) соотношением

$$(\mathbf{DF}(\mathbf{L}^{(m)}))^{-1} = \frac{1}{K_1^{(m)} K_4^{(m)} K_5^{(m)} - K_2^{(m)} K_3^{(m)} K_6^{(m)}} \begin{pmatrix} K_4^{(m)} K_5^{(m)} & K_2^{(m)} K_6^{(m)} & -K_2^{(m)} K_4^{(m)} \\ K_3^{(m)} K_6^{(m)} & -K_1^{(m)} K_6^{(m)} & K_1^{(m)} K_4^{(m)} \\ -K_3^{(m)} K_5^{(m)} & K_1^{(m)} K_5^{(m)} & K_2^{(m)} K_3^{(m)} \end{pmatrix}, \quad (34)$$

где

$$\begin{aligned} K_1^{(m)} &= 2\ell_1^{(m)} - 2\ell_2^{(m)} \cos \alpha_{12}; & K_2^{(m)} &= 2\ell_2^{(m)} - 2\ell_1^{(m)} \cos \alpha_{12}; \\ K_3^{(m)} &= 2\ell_1^{(m)} - 2\ell_3^{(m)} \cos \alpha_{13}; & K_4^{(m)} &= 2\ell_3^{(m)} - 2\ell_1^{(m)} \cos \alpha_{13}; \\ K_5^{(m)} &= 2\ell_2^{(m)} - 2\ell_3^{(m)} \cos \alpha_{23}; & K_6^{(m)} &= 2\ell_3^{(m)} - 2\ell_2^{(m)} \cos \alpha_{23}. \end{aligned}$$

При условии, что проекция ФЦ БПА на плоскость основания $M_1 M_2 M_3$ треугольной пирамиды $M_0 M_1 M_2 M_3$ находится внутри треугольника $M_1 M_2 M_3$ и априорной неопределенности положения ФЦ БПА относительно радиоориентиров, в качестве «нулевой» итерации ($m = 0$) однозначного решения системы уравнений (4) методом Ньютона можно выбрать, например, вектор-столбец $\mathbf{L}^{(0)} = (\ell_1^{(0)}, \ell_2^{(0)}, \ell_3^{(0)})^T$ дальностей от точки O'' пересечения медиан основания $M_1 M_2 M_3$ треугольной пирамиды $M_0 M_1 M_2 M_3$ до точек $M_1 (x_1, y_1, z_1)$, $M_2 (x_2, y_2, z_2)$ и $M_3 (x_3, y_3, z_3)$ размещения радиоориентиров, компоненты $\ell_i^{(0)}$ которого с учетом (21) определяются соотношением

$$\ell_i^{(0)} = \sqrt{(x_i - x_{O''})^2 + (y_i - y_{O''})^2 + (z_i - z_{O''})^2}, \quad (35)$$

где $i = 1, 2, 3$.

В последующем при периодически осуществляемом азимутально-угломестном радиопеленговании i -х радиоориентиров с использованием БПА и определением соответствующих i -м радиоориентирам азимутов α_i и углов места ε_i в качестве «нулевой» итерации ($m = 0$) одно-

значного решения системы уравнений (4) методом Ньютона в соответствии с соотношением (33) выбирается вектор-столбец $\mathbf{L} = (\ell_1, \ell_2, \ell_3)^T$ дальностей от ФЦ БПА до точек $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ и $M_3(x_3, y_3, z_3)$ размещения радиоориентиров, полученных по результатам предыдущего измерения азимутов α_i и углов места ε_i радиоориентиров.

Необходимо отметить, что при достижении определенной (критической) высоты h размещения ФЦ БПА относительно плоскости основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ (см. рис. 1), зависящей от радиуса R окружности, описанной вокруг треугольника $\Delta M_1M_2M_3$, если проекция ФЦ БПА на плоскость основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ находится внутри треугольника $\Delta M_1M_2M_3$, появляется второе (ложное) решение системы уравнений (4), соответствующее расположению ФЦ БПА в одной из вершин треугольника $\Delta M_1M_2M_3$ (одно из значений длин боковых ребер ℓ_1 , ℓ_2 и ℓ_3 треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ становится равным нулю). При дальнейшем увеличении высоты размещения ФЦ БПА относительно плоскости основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ вышеупомянутое ложное решение системы уравнений (4) определяет положение ФЦ БПА, при котором высота размещения ФЦ БПА относительно плоскости основания $M_1M_2M_3$ увеличивается, а проекция ФЦ БПА на плоскость основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ находится вне треугольника $\Delta M_1M_2M_3$ и удаляется от вышеупомянутой вершины треугольника $\Delta M_1M_2M_3$. При достижении следующих критических высот появляются второе и третье аналогичные ложные решения системы уравнений (4), соответствующие положениям ФЦ БПА вблизи двух других вершин треугольника $\Delta M_1M_2M_3$. При определенных симметриях вышеупомянутые ложные решения системы уравнений (4) могут появляться парой или даже тройкой. Это зависит от конфигурации треугольника $\Delta M_1M_2M_3$, лежащего в основании треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$, и траектории движения БПА.

Необходимо отметить, что возможность однозначного решения системы уравнений (4) существует также и в случае, когда проекция ФЦ БПА на плоскость основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ находится вне треугольника $\Delta M_1M_2M_3$. Структура ложных решений системы уравнений (4), соответственно, также перестраивается. Задача полного описания решений системы уравнений (4) для всех возможных случаев представляется сложной и вряд ли реализуемой в наглядной и удобной для практического использования форме. Гораздо проще проводить расчеты по методике, предложенной выше, для заданной конфигурации размещения радиоориентиров и возможных траекторий движения БПА.

Одним из других способов устранения неоднозначности решения системы уравнений (4) является использование результатов азимутально-угломестного радиопеленгования дополнительного четвертого радиоориентира. Размещение четвертого радиоориентира в произвольном положении относительно основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ приводит к переопределенной системе уравнений относительно расстояний от ФЦ БПА до радиоориентиров. Фактически вместо одного треугольника в основании $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$ при добавлении четвертого радиоориентира можно сформировать четыре треугольника. То есть можно определять неоднозначные решения от двух до четырех систем уравнений, аналогичных системе уравнений (4), и выбирать в качестве однозначного совместные решения. Однако с учетом погрешностей азимутально-угломестного радиопеленгования радиоориентиров этот вариант требует отдельного исследования. Вместе с тем, если дополнительный (чет-

вертый) радиоориентир будет располагаться на одном из ребер основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$, то исходная задача однозначного решения системы уравнений (4) значительно упрощается – решение становится единственным и определяется в виде аналитических соотношений.

Без ограничения общности будем считать, что точка $M_4(x_4, y_4, z_4)$ с заданными известными координатами x_4 , y_4 и z_4 размещена на ребре M_1M_2 основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$, что поясняется схемой точек M_0 , M_1 , M_2 , M_3 и M_4 размещения в пространстве соответственно фазового центра БПА и первого, второго, третьего и четвертого радиоориентиров, приведенной на рис. 3, где кроме ранее приведенных обозначений обозначено: $\alpha_{14} = \angle M_1M_0M_4$ – плоский угол при вершине M_0 между боковыми ребрами M_0M_1 и M_0M_4 треугольной пирамиды $M_0M_1M_3M_4$; $\alpha_{24} = \angle M_2M_0M_4$ – плоский угол при вершине M_0 между боковыми ребрами M_0M_2 и M_0M_4 треугольной пирамиды $M_0M_2M_3M_4$; $\varphi = \angle M_0M_4M_1$ – угол с вершиной в точке M_4 между отрезками линий M_4M_0 и M_4M_1 , размещенными на боковой грани $M_0M_1M_2$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$. Введем также обозначения отрезков $d_{14} = M_1M_4$ и $d_{24} = M_2M_4$ ребра M_1M_2 основания $M_1M_2M_3$ треугольной пирамиды $M_0M_1M_2M_3$.

Так как $\sin(\pi - \varphi) = \sin \varphi$, то из треугольников $M_0M_4M_1$ и $M_0M_4M_2$ по теореме синусов можно

получить равенства $\frac{d_{14}}{\sin \alpha_{14}} = \frac{\ell_1}{\sin \varphi}$ и $\frac{d_{24}}{\sin \alpha_{24}} = \frac{\ell_2}{\sin \varphi}$, из которых получаем следующее соотношение:

$$\frac{\ell_1 \sin \alpha_{14}}{d_{14}} = \frac{\ell_2 \sin \alpha_{24}}{d_{24}} = \sin \varphi. \quad (36)$$

Введем обозначение

$$\rho = \frac{d_{24} \sin \alpha_{14}}{d_{14} \sin \alpha_{24}}. \quad (37)$$

Тогда с учетом (36) и (37) получаем

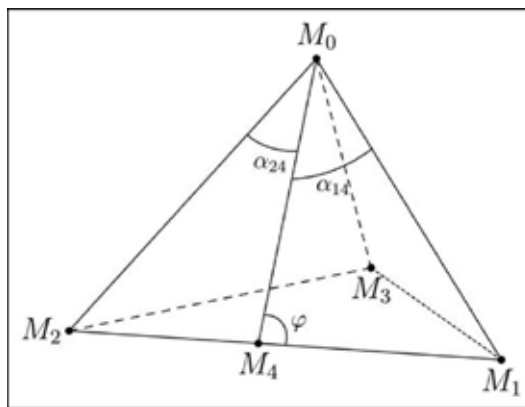


Рис. 3. Схема размещения в пространстве четырех радиоориентиров и фазового центра БПА

Fig. 3. Spatial layout of four radio reference points and the onboard DF antenna phase center

$$\ell_2 = \rho \ell_1. \quad (38)$$

В соответствии с теоремой косинусов для треугольника $\Delta M_1 M_0 M_2$ (см. рис. 1) получаем соотношение

$$\ell_1^2 - 2\ell_1 \ell_2 \cos \alpha_{12} + \ell_2^2 = d_{12}^2. \quad (39)$$

Из соотношения (39) с учетом (37) и (38) получаем следующую формулу для определения длины ребра ℓ_1 (см. рис. 1):

$$\ell_1 = \sqrt{\frac{d_{12}^2}{1 - 2\rho \cos \alpha_{12} + \rho^2}}. \quad (40)$$

С использованием вычисленных по формулам (40) и (38) значений длин боковых ребер соответственно ℓ_1 и ℓ_2 треугольной пирамиды $M_0 M_1 M_2 M_3$ (см. рис. 1) для определения длины бокового ребра ℓ_3 треугольной пирамиды $M_0 M_1 M_2 M_3$ в системе уравнений (4) из третьего уравнения вычтем второе, в результате чего получаем следующее соотношение:

$$\ell_3 = \frac{\ell_1^2 - \ell_2^2 + d_{23}^2 - d_{13}^2}{2(\ell_1 \cos \alpha_{13} - \ell_2 \cos \alpha_{23})}. \quad (41)$$

Анализ результатов исследования. Обоснование предложенных алгоритмов однозначного определения координат и угловой ориентации БПА, размещенной на подвижном объекте, по результатам азимутально-угломестного радиопеленгования минимально возможного числа радиоориентиров, равного трем, связано в первую очередь с необходимостью упрощения реализации размещения в пространстве системы радиоориентиров. При определении координат и угловой ориентации БПА, размещенной на подвижном объекте, по результатам азимутально-угломестного радиопеленгования более чем трех радиоориентиров в общем случае точность определения координат и угловой ориентации БПА повышается. Однако привлечение дополнительных радиоориентиров при решении поставленной задачи приводит к необходимости рассмотрения переопределенных несовместных нелинейных систем, что существенно усложняет поиск однозначного их решения относительно искомых параметров.

Покажем, что небольшие погрешности измерений не приводят к несовместности системы уравнений (4). Это обстоятельство оказывается существенным, поскольку поставленную задачу решают в рамках детерминированной модели. Следовательно, можно обойтись без функционала ошибок, построение и изучение свойств которого в случае нелинейных систем является предметом дополнительного исследования. Для этого воспользуемся результатами, изложенными в пункте «Математические особенности определения пространственного положения БПА». На поверхности «закрытого» тора (см. рис. 2) один из плоских углов α_{12} , α_{13} или α_{23} при вершине M_0 треугольной пирамиды $M_0 M_1 M_2 M_3$ (см. рис. 1) оказывается постоянным. Если перемещаться по линии пересечения двух таких «закрытых» торов, то два плоских угла при вершине M_0 треугольной пирамиды $M_0 M_1 M_2 M_3$ остаются постоянными, а третий меняется. Следовательно, имеется возможность построения пирамиды $M_0 M_1 M_2 M_3$, соответствующей данным измерений плоских углов α_{12} , α_{13} или α_{23} с малыми погрешностями путем поочередного изменения на небольшую величину измеряемых значений всех трех углов α_{12} , α_{13} или α_{23} при вершине M_0 треугольной пирамиды $M_0 M_1 M_2 M_3$. Следовательно, си-

стема уравнений (4) остается совместной, и для ее решения не требуется строить функционал ошибок.

Когда число радиоориентиров больше трех и никакие три из них не находятся на одной прямой, с учетом полученных результатов исследования может быть предложена следующая процедура однозначного определения координат и угловой ориентации БПА, размещенной на подвижном объекте, по результатам азимутально-угломестного радиопеленгования радиоориентиров: во-первых, выбирают несколько троек радиоориентиров; во-вторых, для каждой выбранной тройки радиоориентиров решают систему уравнений (4) рассмотренными способами; в-третьих, полученные решения согласуют с помощью метода наименьших квадратов или простым усреднением. Построение процедуры «отбраковки» ложных решений, основанной на использовании дополнительной информации при одновременном азимутально-угломестном радиопеленговании более чем трех чисел радиоориентиров, требует дополнительного исследования. Более продуктивным выглядит подход, когда из имеющихся радиоориентиров в каждый момент времени для проведения измерений выбирают тройку радиоориентиров, пространственное положение которой относительно ФЦ БПА обеспечивает наибольшую точность измерений. При этом критерии оптимальности выбора тройки радиоориентиров следует формировать с учетом устойчивости проводимых расчетов.

Для однозначного определения координат и угловой ориентации бортовой пеленгаторной антенны, размещенной на подвижном объекте, по результатам азимутально-угломестного радиопеленгования радиоориентиров предложена четырехэтапная процедура, включающая, во-первых, нахождение совокупности расстояний от фазового центра БПА до радиоориентиров; во-вторых, определение областей пространства, в которых совокупность расстояний от фазового центра БПА до радиоориентиров является однозначной; в-третьих, определение координат фазового центра БПА; в-четвертых, нахождение матрицы вращения и связанных с нею углов Эйлера, определяющих угловую ориентацию в пространстве БПА. Решение задачи нахождения совокупности расстояний от фазового центра БПА до радиоориентиров угломерным методом имеет сложную структуру. Аналитические методы определения совокупности расстояний от фазового центра БПА до радиоориентиров по результатам их азимутально-угломестного радиопеленгования с борта подвижного объекта возможны, но приводят к уравнениям высоких степеней с возможным вырождением порядков уравнений, что означает неустойчивость прямых методов их решения. По-видимому, возможно применение методов регуляризации, но это требует дополнительного математического обоснования. Поэтому предложен устойчивый численный метод решения задачи нахождения совокупности расстояний от фазового центра БПА до радиоориентиров угломерным методом, позволяющий в случае осуществления периодического азимутально-угломестного радиопеленгования с борта подвижного объекта трех радиоориентиров, расположенных в вершинах треугольника, однозначно определять координаты и угловую ориентацию бортовой пеленгаторной антенны, размещенной на подвижном объекте. Предложен вариант размещения в пространстве четырех радиоориентиров, три из них расположены на одной прямой, при котором решение задачи нахождения совокупности расстояний от фазового центра БПА до радиоориентиров на основе использования результатов их азимутально-угломестного радиопеленгования с борта подвижного объекта является единственным и определяется в виде аналитических соотношений.

Список литературы / References

- [1] Яценков В.С. *Основы спутниковой навигации. Система GPS NAVSTAR и ГЛОНАСС*. М.: Горячая линия – Телеком, 2005. 272 с. [Yatsenkov V.S. *Basics of satellite navigation. GPS, NAVSTAR and GLONASS Systems*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom. 2005. 272 p. (in Russian)].
- [2] Тяпкин В.Н., Гарин Е.Н. *Методы определения навигационных параметров подвижных средств с использованием спутниковой радионавигационной системы ГЛОНАСС*: монография. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2012. 260 с. [Tyapkin V.N., Garin E.N. *Methods for determining the navigation parameters of moving objects using the GLONASS satellite radio navigation system*: monograph. Krasnoyarsk: SFU. 2012. 260 p. (in Russian)].
- [3] Пестряков В.Б. *Радионавигационные угломерные системы*. М.–Л.: Госэнергоиздат, 1955. 304 с. [Pestryakov V.B. *Radio navigation angle measuring systems*. M.–L.: Gosenergoizdat, 1955. 304 p. (in Russian)].
- [4] Перов А.И., Харисов В.Н. *ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования*. 4-е, перераб. и доп. изд-е. М.: Радиотехника, 2010. 800 с. [Perov A.I., Kharisov V.N. *GLONASS. Principles of construction and operation*. Ed. 4th, rev. and add. M.: Radiotekhnika. 2010. 800 p. (in Russian)].
- [5] Корнев В.В., Чмутин Н.Ф. Определение пространственной ориентации объекта в среде глобальных радионавигационных спутниковых систем. *Ракетно-космическое приборостроение и информационные технологии*. 2016. Сборник трудов VIII Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы ракетно-космического приборостроения и информационных технологий» (1–3 июня 2016 г.). Под ред. д.т.н., профессора А.А. Романова. М.: АО РКС, 2016, с. 52–69. [Kornev V.V., Chmutin N.F. Determination of spatial orientation of an object by global radio navigation satellite. *Rocket and Space Engineering and Information technologies. Proceedings of VIII all-Russian scientific-technical Conf. "Topical issues of Rocket and Space Engineering and Information technologies"*. (1–3 June 2016). Edited by Professor Romanov A.A. M.: AO RKS, 2016. 52–69. (in Russian)].
- [6] Белавин О.В. *Основы радионавигации*. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Сов. радио, 1977. 320 с. [Belavin O.V. *The basics of radio navigation*. Ed. 2nd rev. M.: Sov. radio, 1977. 320 p. (in Russian)].
- [7] Беляевский Л.С., Новиков В.С., Олянюк П.В. *Основы радионавигации*. М.: Транспорт, 1982. 288 с. [Belyayevskiy L.S., Novikov V.S., Olyanyuk P.V. *The basics of radio navigation*. M.: Transport, 1982. 288 p. (in Russian)].
- [8] Ярлыков М.С. *Статистическая теория радионавигации*. М.: Радио и связь, 1985. 344 с. [Yarlykov M.S. *Statistical theory of radio navigation*. M.: Radio i svyaz, 1985. 344 p. (in Russian)].
- [9] Сосулин Ю.Г. *Теоретические основы радиолокации и радионавигации*. М.: Радио и связь, 1992. 304 с. [Sosulin Yu.G. *Theoretical Foundations of Radar and Radio Navigation*. M.: Radio i svyaz, 1992. 304 p. (in Russian)].
- [10] Бакулев П.А., Сосновский А.А. *Радиолокационные и радионавигационные системы*. М.: Радио и связь, 1994. 296 с. [Bakulev P.A. Sosnovskiy A.A. *Radar and radio navigation systems*. M.: Radio i svyaz, 1994. 296 p. (in Russian)].
- [11] Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука, 1992. 280 с. [Branets V.N., Shmyglevskiy I.P. *Introduction to the theory of strapdown inertial guidance and navigation systems*. M.: Nauka, 1992. 280 p. (in Russian)].

[12] Алешин Б.С., Веремеенко К.К., Черноморский А.И. *Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии*. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 424 с. [Aleshin B.S., Veremeyenko K.K., Chernomorskiy A.I. *Orientation and navigation of moving objects: modern information technology*. M.: FIZMATLIT, 2006. 424 p. (in Russian)].

[13] Виноградов А.Д., Востров А.Ю., Дмитриев И.С. Оценивание пространственной ориентации подвижного объекта по показаниям ортогональных акселерометра и магнитометра. *Успехи современной радиоэлектроники*, 2016, 7, 35–45 [Vinogradov A.D., Vostrov A.Yu., Dmitriyev I.S. Estimation of the spatial orientation of a moving object according to the readings of an orthogonal accelerometer and magnetometer. *Achievements of modern radioelectronics*, 2016, 7, 35–45 (in Russian)].

[14] Чаплыгин А.А., Семенов Н.Н., Лукьянчиков В.Д., Медведев А.Б. Использование бортовых навигационных комплексов для решения задач в различных радиотехнических приложениях. *Антенны*, 2014, 9(208), 40–56 [Chaplygin A.A., Semenov N.N., Lukianchikov V.D., Medvedev A.B. Using on-board navigation systems to solve problems in various radio engineering applications. *Antennas*, 2014, 9(208), 40–56 (in Russian)].

[15] ГОСТ 22268–76 Геодезия. Термины и определения. М.: Издательство стандартов, 1977. 34 с. [GOST 22268–76 Geodesy. Terms and definitions. M.: Izdatelstvo standartov, 1977. 34 p. (in Russian)].

[16] Виноградов А.Д., Востров А.Ю., Дмитриев И.С. Обобщенная структура радиопеленгатора и основные термины, используемые в теории радиопеленгования. *Антенны*, 2018, 5(249), 5–20 [Vinogradov A.D., Vostrov A.Yu., Dmitriyev I.S. Generalized structure of the direction finder and basic terms used in the theory of radio direction finding. *Antennas*, 2018, 5(249), 5–20 (in Russian)].

[17] Ишлинский А.Ю. *Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация*. М.: Наука, 1976. 622 с. [Ishlinskiy A.Yu. *Orientation, gyroscopes and inertial navigation*. M.: Nauka, 1976. 622 p. (in Russian)].

[18] ГОСТ Р 51794-2008. Глобальные навигационные спутниковые системы. Системы координат. Методы преобразования координат определяемых точек. М.: Стандартиформ, 2009. 16 с. [GOST R 51794-2008. Global navigation satellite systems. Coordinate systems. Methods for transforming coordinates of defined points. M.: Standartinform, 2009. 16 p. (in Russian)].

[19] ГОСТ 20058–80 Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. М.: Издательство стандартов, 1981. 56 с. [GOST 20058–80 The dynamics of aircraft in the atmosphere. Terms, definitions and designations. M.: Izdatelstvo standartov, 1981. 56 p. (in Russian)].

[20] Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.Г. *Численные методы*. Изд-е 8. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000. 636 с. [Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobelkov G.G. *Numerical methods*. Ed. 8th. M.: Laboratoriya Bazovykh Znaniy, 2000. 636 p. (in Russian)].

DOI: 10.17516/1999-494X-0223

УДК 629.7.058.53

A Method of Air Targets Complex Recognition in Air-Based Pulse-Doppler Radar at the Stage of Primary Signals Processing

**Alexander V. Bogdanov, Alexander A. Lobanov*,
Alexander A. Kuchin and Valentin A. Golubenko**
*Military Academy of Aero-Space Defence
named after the Marshal of Soviet Union G.K. Zhukov
Tver, Russian Federation*

Received 20.08.2019, received in revised form 05.11.2019, accepted 21.01.2020

Abstract. This paper deals with developed procedures of recognition air targets state based on “single target, with their number – group targets with number of group targets and targets in each group”, the class of single target based on “turbojet aircraft – turboprop aircraft – helicopter – missile” the type of single target based on “turbojet aircraft”, separated air target and types of group air target among turbojet aircraft class due to flight-experimental research of the information properties radar signals, echoed from different classes and types of air targets. In addition, the authors developed the method of air targets complex recognition in air-based pulse-Doppler radar at the stage of primary signals processing that combined this recognition procedures.

Keywords: pulse-Doppler radar, recognition of air targets, spectral Doppler portrait, target type, flight experiment, air-frame, early stages of low pressure compressor, radar echo.

Citation: Bogdanov A.V., Lobanov A.A., Kuchin A.A., Golubenko V.A. A method of air targets complex recognition in air-based pulse-doppler radar at the stage of primary signals processing, J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2020, 13(3), 311-327. DOI: 10.17516/1999-494X-0223

© Siberian Federal University. All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).

* Corresponding author E-mail address: Xantrax1956@mail.ru

Метод комплексного распознавания воздушных целей в импульсно-доплеровских РЛС воздушного базирования на этапе первичной обработки сигналов

**А.В. Богданов, А.А. Лобанов,
А.А. Кучин, В.А. Голубенко**

*Военная академия воздушно-космической обороны
им. Маршала Советского Союза Г. К. Жукова
Российская Федерация, Тверь*

Аннотация. В статье на основе результатов летно-экспериментальных исследований информационных свойств радиолокационных сигналов, отраженных от различных классов и типов воздушных целей, разработаны процедуры распознавания воздушных целей по принципу «одиночная цель, с их количеством – групповая цель с количеством групп целей и целей в каждой группе», класса одиночной воздушной цели по принципу «самолет с турбореактивным двигателем – самолет с турбовинтовым двигателем – вертолет – ракета», типа одиночной цели из класса «самолет с турбореактивным двигателем», разделяющейся цели и типового состава групповой воздушной цели из класса «самолеты с турбореактивными двигателями», а также разработан метод комплексного распознавания воздушных целей в бортовой радиолокационной станции истребителя на этапе первичной обработки радиолокационных сигналов, объединяющий данные процедуры распознавания.

Ключевые слова: импульсно-доплеровская бортовая радиолокационная станция, распознавание воздушных целей, спектральный доплеровский портрет, тип цели, летно-экспериментальные исследования, фюзеляж, первая ступень компрессора низкого давления, отраженный радиолокационный сигнал.

Цитирование: Богданов, А.В. Метод комплексного распознавания воздушных целей в импульсно-доплеровских РЛС воздушного базирования на этапе первичной обработки сигналов / А.В. Богданов, А.А. Лобанов, А.А. Кучин, В.А. Голубенко // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2020. 13(3). С. 311-327. DOI: 10.17516/1999-494X-0223

В [1] предложен вариант концепции радиолокационного (РЛ) распознавания воздушных целей (ВЦ) в бортовой радиолокационной станции (БРЛС) перспективного истребителя, построенной по импульсно-доплеровскому принципу обработки РЛ-сигналов в сантиметровом диапазоне волн при ее работе в режиме высокой частоты повторения зондирующих немодулированных импульсов. В основу разработки данного варианта концепции РЛ-распознавания ВЦ положены результаты [2] широкомасштабных летно-экспериментальных исследований (ЛЭИ) по регистрации с помощью специальной аппаратуры регистрации, встроенной в приемник импульсно-доплеровской БРЛС с фазированной антенной решеткой в сантиметровом диапазоне волн, РЛ-сигналов, отраженных от различных классов и типов ВЦ, условий их РЛ наблюдения в БРЛС со встроенной аппаратурой регистрации, с последующей обработкой зарегистрированных сигналов на основе использования длительного времени их когерентного накопления (узкополосной доплеровской фильтрации) и анализом информационных свойств сигналов в интересах оценки возможности распознавания ВЦ. Так, на основе анализа спектральных доплеровских портретов (СДП) РЛ-сигналов, отраженных от различных классов и типов реальных ВЦ, экспериментально установлено [2], что представляется возможным на

этапе первичной обработки сигналов в БРЛС распознать ВЦ по следующим направлениям и принципам:

- по принципу «одиночная цель, с их количеством – групповая цель с количеством групп целей и целей в каждой группе»;
- класс одиночной ВЦ по принципу «самолет с турбореактивным двигателем (ТРД) – самолет с турбовинтовым двигателем (ТВД) – вертолет – ракета»;
- тип одиночной ВЦ из класса «самолет с ТРД»;
- разделяющаяся ВЦ по принципу «отделившаяся одна или несколько одиночных пилотируемых целей от группы самолетов с ТРД – отделившаяся одна или несколько пилотируемых групп целей от группы самолетов с ТРД – отделившаяся ракета от ее носителя-самолета с ТРД»;
- типовой состав групповой воздушной цели (ГВЦ) из класса «самолеты с ТРД».

В таблице [3] в систематизированном виде представлены распознаваемые состояния ВЦ, виды спектральных доплеровских портретов, соответствующие данным состояниям, и признаки распознавания целей.

В дальнейшем возникает необходимость, во-первых, разработать процедуры распознавания ВЦ по вышеуказанным принципам и направлениям и, во-вторых, объединить разработанные процедуры в единый метод комплексного распознавания ВЦ в БРЛС на этапе первичной обработки РЛ-сигналов.

Цель работы – разработать метод комплексного распознавания ВЦ в БРЛС на этапе первичной обработки РЛ-сигналов, объединяющий процедуры распознавания целей по принципу «одиночная цель – групповая цель», класса одиночной ВЦ по принципу «самолет с ТРД – самолет с ТВД – вертолет – ракета», типа одиночной ВЦ из класса «самолет с ТРД», разделяющейся ВЦ и типового состава ГВЦ из класса «самолеты с ТРД».

Процедура распознавания ВЦ по принципу «одиночная цель, с их количеством – групповая цель с количеством групп целей и целей в каждой группе»

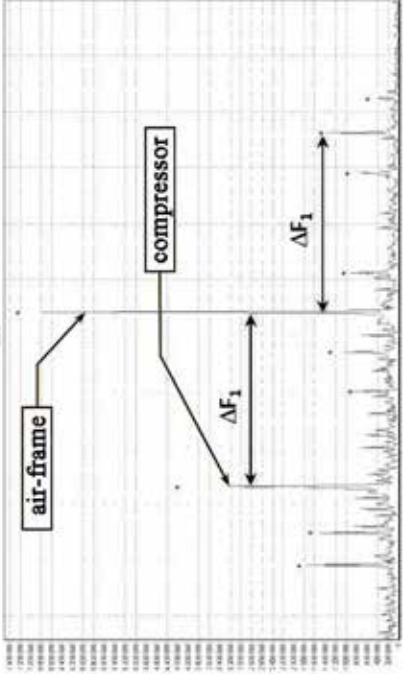
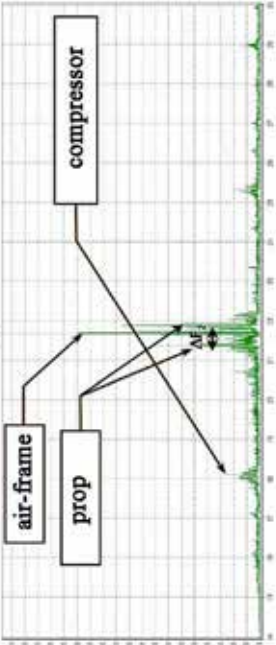
Экспериментально установлено [2], что в данном случае устойчивым признаком распознавания может являться количество локальных максимумов в СДП, а решающее правило основано на анализе количества данных локальных максимумов с дополнительным их стробированием по доплеровской частоте. Так, при количестве локальных максимумов в СДП, равном единице, принимается решение о том, что цель одиночная, в противном случае принимается решение, что цель групповая. Данный признак и решающее правило распознавания воздушных целей положены в основу следующей процедуры распознавания ВЦ.

1. Отраженный от воздушных целей РЛ-сигнал на промежуточной частоте во временной области (рис. 1а) с помощью процедуры быстрого преобразования Фурье (БПФ) преобразуется в частотную область (формируется СДП отраженного от цели РЛ-сигнала) (рис. 1б).

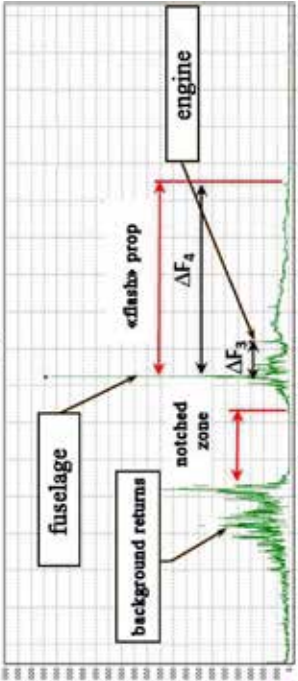
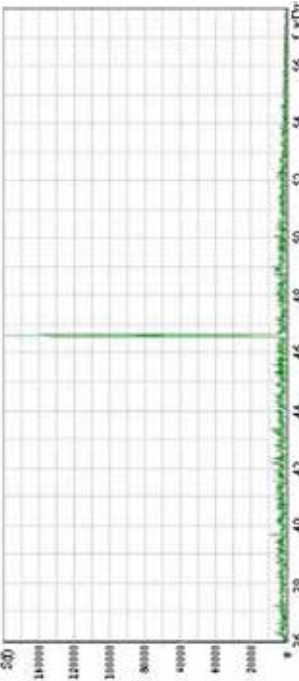
2. В полученном СДП выделяется область средних доплеровских частот спектральных составляющих, соответствующих отражениям сигнала от планеров ВЦ (рис. 1в).

3. Определяются отсчеты доплеровских частот локальных максимумов амплитуд спектральных составляющих сигнала, соответствующих его отражениям от планеров ВЦ и превышающих уровень шумовых спектральных составляющих (рис. 1г).

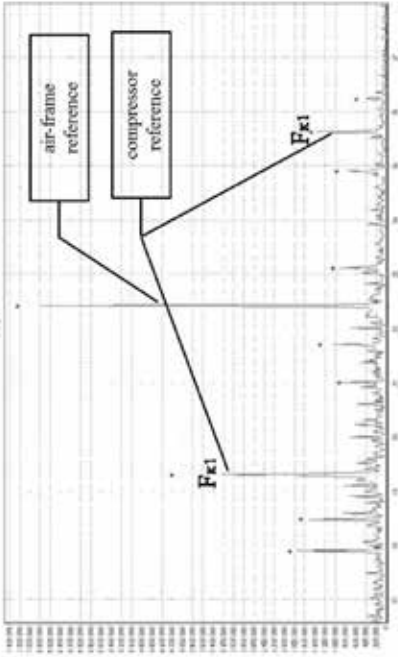
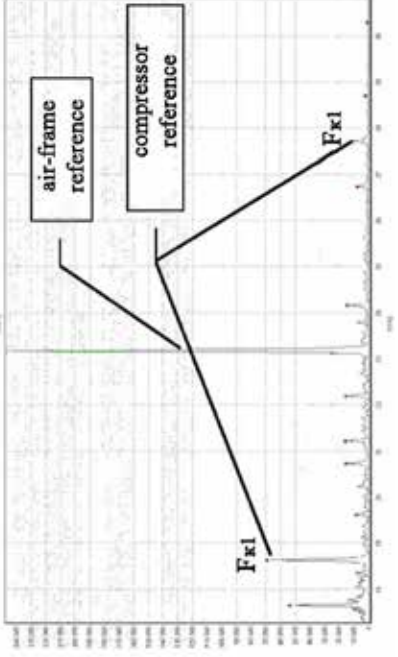
Таблица. Признаки распознавания летательных аппаратов в импульсно-доплеровской бортовой радиолокационной станции истребителя
 Table. Signs of recognition aircraft in pulse-Doppler radar fighter

Расознаваемое состояние ВЦ	Вид спектрального доплеровского портрета	Признак распознавания
1	2	3
Класс цели «самолет с ТРД – самолет с ТВД – вертолет – ракета»	 Спектральный доплеровский портрет воздушной цели из класса «самолет с ТРД» (Spectral Doppler portrait of air target class “aircraft with turbojet engine”)	В СДП присутствуют спектральные составляющие сигнала первичной модуляции (отражения от планера самолета) и вторичной модуляции (отражения от ступеней компрессора (турбины) низкого давления (КНД). Разнос (ΔF_1) по частоте данных спектральных составляющих может быть равен 3-5 кГц
	 Спектральный доплеровский портрет воздушной цели из класса «самолет с ТВД» (Spectral Doppler portrait of air target class “aircraft with turboprop engine”)	В СДП присутствуют спектральные составляющие сигнала первичной модуляции (отражения от планера самолета) и спектральные составляющие сигналов вторичной модуляции (отражения от ступеней КНД (турбины) и отражения от открытых лопастей двигателей самолета (винтовые составляющие), которые отстоят (ΔF_2) от планерной спектральной составляющей на 300 – 500 Гц

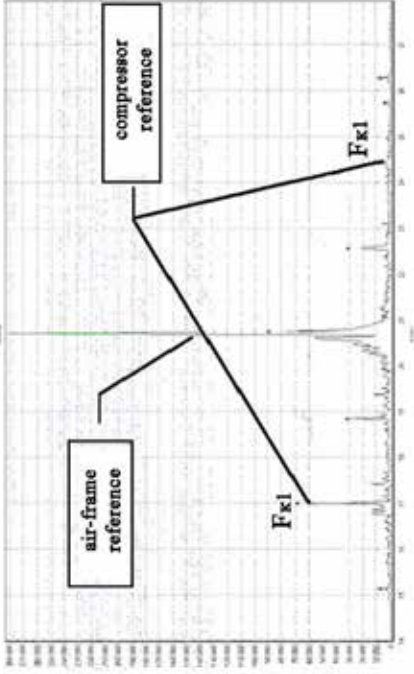
Продолжение таблицы
Continued Table

1	2	3
	 Спектральный доплеровский портрет воздушной цели из класса «вертолет» (Spectral Doppler portrait of air target class “helicopter”)	В СДП присутствуют спектральные составляющие, обусловленные отражениями сигнала от фюзеляжа вертолета (от 0 Гц в режиме висения до 16 – 17 кГц при стационарном полете и полете с ускорением), его силовой установки (отстоит от спектральной составляющей, соответствующей отражениям сигнала от фюзеляжа вертолета, на $\Delta F3=1,5$ кГц) и несущих лопастей (отстоит от спектральной составляющей, соответствующей отражениям сигнала от фюзеляжа вертолета, на $\Delta F4=6-11$ кГц)
	 Спектральный доплеровский портрет воздушной цели из класса «ракета» (Spectral Doppler portrait of air target class “missile”)	В СДП отсутствуют спектральные составляющие сигналов вторичной модуляции (имеет место только одна спектральная составляющая, обусловленная отражениями сигнала от корпуса ракеты и расположенная в области высоких доплеровских частот (30 – 60 кГц))

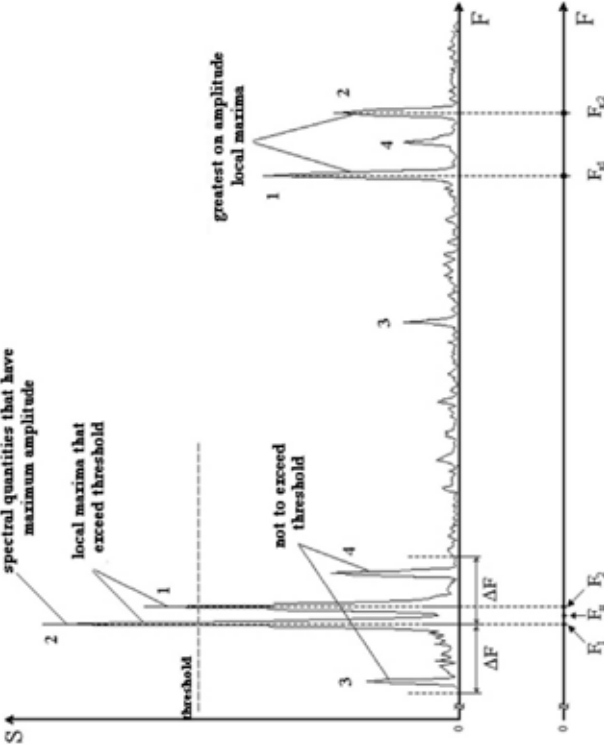
Продолжение таблицы
Continued Table

1	2	3
Тип цели из класса «самолет с ТРД»	 Спектральный доплеровский портрет воздушной цели типа МиГ-31 из класса «самолет с ТРД» (Spectral Doppler portrait of air target type MiG-31 by class "aircraft with turbojet engine")	На основе анализа взаимного частотного расположения спектральных составляющих сигналов первичной и вторичной модуляции (первой ступени КНД F _{к1}) определяется тип силовой установки самолета, а по ней – тип самолета, на котором она установлена. Для МиГ-31 разнос составляет 2,9 – 3,28 кГц
Спектральный доплеровский портрет воздушной цели типа Су-27 из класса «самолет с ТРД» (Spectral Doppler portrait of air target type Su-27 by class "aircraft with turbojet engine")	 Спектральный доплеровский портрет воздушной цели типа Су-27 из класса «самолет с ТРД» (Spectral Doppler portrait of air target type Su-27 by class "aircraft with turbojet engine")	Для Су-27 разнос составляет 4,2 – 4,8 кГц

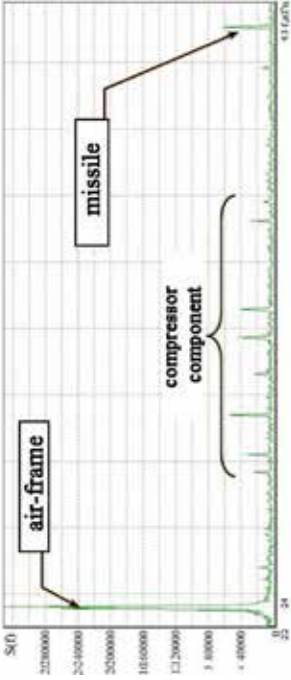
Продолжение таблицы
Continued Table

1	2	3
	 Спектральный доплеровский портрет воздушной цели МиГ-29 из класса «самолет с ТРД» (Spectral Doppler portrait of air target type MiG-29 by class “aircraft with turbojet engine”)	Для МиГ-29 разное составляет 3,3 – 3,7 кГц

Продолжение таблицы
Continued Table

1	2	3
Численный и типовой состав ГВЦ из класса «самолеты с ТРД»	 The figure is a spectral Doppler portrait showing two plots of signal amplitude S versus frequency F. The top plot shows a complex spectrum with several peaks labeled 1, 2, 3, and 4. A horizontal dashed line represents a threshold. Peaks 1 and 2 are above the threshold, while peaks 3 and 4 are below it. The bottom plot shows a simplified version of the spectrum with peaks 1, 2, 3, and 4. Peaks 1 and 2 are above the threshold, while peaks 3 and 4 are below it. The frequency axis is marked with F_1, F_2, F_3, F_4, and F_5. The frequency difference ΔF is indicated between F_1 and F_2. The text 'spectral quantities that have maximum amplitude' points to peak 1. The text 'local maxima that exceed threshold' points to peak 2. The text 'not to exceed threshold' points to peak 3. The text 'greatest on amplitude local maxima' points to peak 4. Спектральный доплеровский портрет ГВЦ из класса «самолеты с ТРД» (Spectral Doppler portrait of group air targets by class "aircrafts with turbojet engine")	Количество в СДП локальных максимумов, соответствующих отражениям РЛ-сигнала от планеров ВЦ, определяет численный состав группы. Взаимное частотное расположение спектральных составляющих первичной и вторичной модуляции будет определять тип силовой установки каждого самолета в группе и по ней непосредственно и тип каждого самолета в группе

Окончание таблицы
Ending Table

1	2	3
Факт отделения ракеты от самолета с ТРД	 Спектральный доплеровский портрет самолета с ТРД и отделившейся от него ракеты (Spectral Doppler portrait of target class “aircraft with turbojet engine” and separate missile)  Спектральный доплеровский портрет воздушной цели из класса «ракета» (Spectral Doppler portrait of air target class “missile”)	Появление в момент пуска ракеты в СДП спектральной составляющей, обусловленной отражениями от ракеты и расположенной в области высоких частот (30 – 60 кГц) относительно спектральной составляющей сигнала, соответствующей его отражению от планера носителя ракеты (спектральные составляющие сигналов вторичной модуляции в окрестности спектральной составляющей ракеты будут отсутствовать)

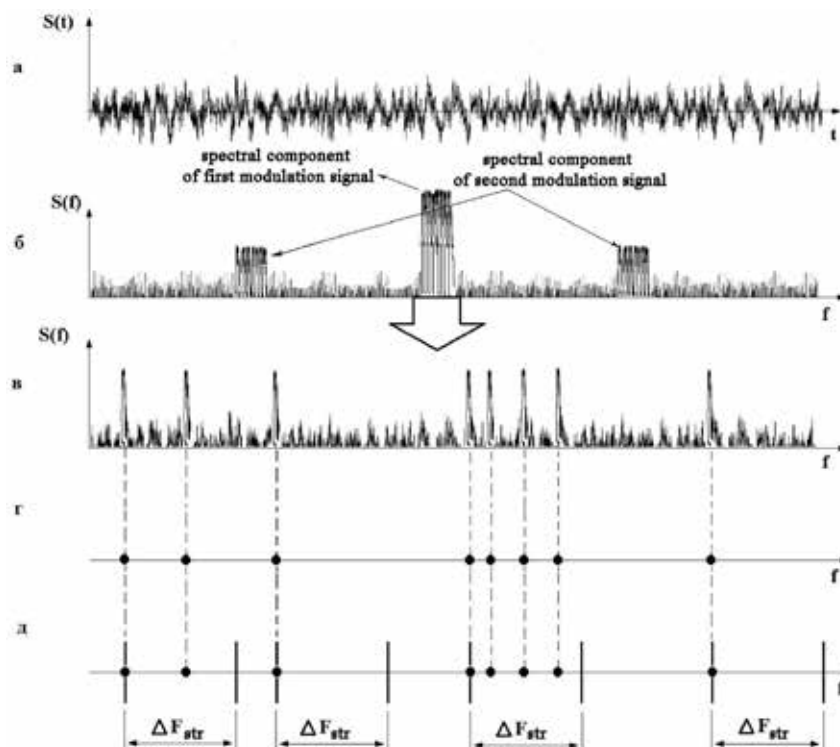


Рис. 1. Эпюры, поясняющие процедуру распознавания

Fig. 1. Curve that illustrate procedure of recognition

4. Определяется значение минимального отсчета доплеровской частоты, соответствующей локальному максимуму амплитуды спектральной составляющей сигнала, отраженного от планера ВЦ (рис. 1г).

5. Осуществляется стробирование по частоте полученных в пункте 3 отсчетов доплеровских частот с шириной строба $\Delta F_{стр}$, причем левая граница первого строба устанавливается на частотную позицию определенного выше (в пункте 4) минимального отсчета доплеровской частоты, а левые границы других стробов устанавливаются на частотные позиции отсчетов доплеровских частот, не попавших в границы предыдущего строба (рис. 1д).

6. Если в границы строба попали другие отсчеты доплеровских частот, то принимается решение о том, что цель групповая, в противном случае (если в строб не попало больше ни одного отсчета доплеровской частоты) – цель одиночная.

7. Количество стробов, в пределы которых попали другие отсчеты доплеровских частот, определяет количество групп воздушных целей, а количество целей в каждой группе определяется количеством отсчетов доплеровских частот, большем на единицу, попавших в соответствующий строб. Количество стробов, в пределы которых не попал ни один отсчет доплеровской частоты, определяет количество одиночных воздушных целей.

Так, например, согласно приведенным эпюрам (рис. 1а-д), принимается решение о том, что, во-первых, две цели – одиночные, во-вторых, две цели – групповые, причем в первой группе – две цели, а во второй – четыре цели.

Процедура распознавания класса одиночной ВЦ по принципу «самолет с ТРД – самолет с ТВД – вертолет – ракета»

Данная процедура заключается в следующем.

1. Исходным условием служит информация о том, что распознаваемая воздушная цель является одиночной (в результате реализации процедуры распознавания ВЦ по принципу «одиночная – групповая», приведенной выше) и получен ее СДП.

2. Если в спектральном доплеровском портрете присутствуют следующие спектральные составляющие (см. СДП в таблице (распознавание класса ВЦ)):

- одна, имеющая максимальную амплитуду (отражения от планера самолета), расположенная в области средних доплеровских частот и превышающая заданный уровень порога $U_{П1}$;
- две составляющие, отстоящие по частоте слева и справа на величину ΔF_1 от спектральной составляющей, имеющей максимальную амплитуду (отражения от первой ступени КНД самолетов с ТРД и ТВД (1 ступень КНД), и превышающие порог $U_{П2}$ ($U_{П1} > U_{П2}$), то принимается предварительное решение, что цель принадлежит либо к классу «самолет с ТРД», либо к классу «самолет с ТВД».

3. Если в спектральном доплеровском портрете дополнительно (к пункту 2) имеются спектральные составляющие, отстоящие по частоте слева и справа на величину ΔF_2 ($\Delta F_2 \ll \Delta F_1$) от спектральной составляющей, имеющей максимальную амплитуду (отражения от лопастей двигателей самолета с ТВД), и превышающие порог $U_{П3}$ ($U_{П1} > U_{П3} > U_{П2}$), то окончательно принимается решение о том, что цель принадлежит к классу «самолет с ТВД», в противном случае – к классу «самолет с ТРД».

4. Если в СДП присутствуют следующие спектральные составляющие:

- одна, имеющая максимальную амплитуду (отражения от фюзеляжа вертолета), расположенная в области низких доплеровских частот и превышающая заданный уровень порога $U_{П4}$;
- составляющая, отстоящая по частоте справа на величину ΔF_3 от спектральной составляющей, имеющей максимальную амплитуду (отражения от вращающихся частей силовой установки вертолета), и превышающая порог $U_{П5}$ ($U_{П4} > U_{П5}$);
- совокупность составляющих, отстоящих по частоте справа на величину ΔF_4 ($\Delta F_3 < \Delta F_4$) от спектральной составляющей, имеющей максимальную амплитуду («всплеск» отражений от лопасти вертолета), и превышающих порог $U_{П6}$ ($U_{П4} > U_{П5} > U_{П6}$), то принимается решение, что цель принадлежит к классу «вертолет».

5. Если в спектральном доплеровском портрете присутствует только одна спектральная составляющая, расположенная в области высоких доплеровских частот и превышающая заданный уровень порога $U_{П7}$, и отсутствуют составляющие, отстоящие от нее слева и справа на величину ΔF_1 и не превышающие порог $U_{П2}$, то принимается решение, что цель принадлежит к классу «ракета».

Экспериментальным путем установлено [2] следующее:

- область высоких доплеровских частот составляет 30-60 кГц;
- область средних доплеровских частот составляет 18-25 кГц;
- область низких доплеровских частот составляет 0-17 кГц;

- величина ΔF_1 составляет 3-5 кГц;
- величина ΔF_2 составляет 0,3-0,5 кГц;
- величина ΔF_3 составляет около 1,5 кГц;
- величина ΔF_4 составляет около 6-11 кГц;
- величины соотношения порогов имеют следующие значения:

$U_{П1} > U_{П2}$ больше в 2-4 раза;

$U_{П3} > U_{П2}$ больше в 4-5 раз;

$U_{П4} > U_{П5}$ больше в 2,5-3 раза;

$U_{П5} > U_{П6}$ больше в 3-4 раза;

$U_{П2} > U_{П7}$.

Процедура распознавания типа одиночной воздушной цели из класса «самолет с турбореактивным двигателем»

Экспериментально установлено [2], что на основе анализа взаимного частотного расположения спектральных составляющих сигналов первичной (отражений от планера самолета) и вторичной модуляции (отражений от вращающихся частей силовой установки самолета) можно определить тип силовой установки самолета с ТРД, а по ней – непосредственно и тип самого самолета, на котором установлен данный тип двигателя.

1. Исходным условием в данной процедуре служит информация о том, что, во-первых, распознаваемая воздушная цель является одиночной (в результате реализации *процедуры распознавания ВЦ по принципу «одиночная – групповая»*) и, во-вторых, цель является представителем класса «самолет с ТРД (в результате реализации *процедуры распознавания класса одиночной ВЦ по принципу «самолет с ТРД – самолет с ТВД – вертолет – ракета»*), а также получен полный, с учетом спектральных составляющих сигнала вторичной модуляции, ее спектральный доплеровский портрет (см. СДП в таблице (распознавание типа одиночной цели из класса «самолет с ТРД»)).

2. Определяется отсчет доплеровской частоты, соответствующий максимальной амплитуде спектральной составляющей спектра сигнала, который соответствует его отражениям от планера воздушной цели.

3. Определяется отсчет доплеровской частоты, соответствующий максимальной амплитуде спектральной составляющей спектра сигнала, находящейся слева по доплеровской частоте относительно спектральной составляющей сигнала, отраженного от планера воздушной цели.

4. Вычисляется разность $\Delta F_{ПК}$ между отсчетами доплеровских частот, обусловленных отражениями от планера $F_{П}$ и первой ступени $F_{К}$ КНД силовой установки воздушной цели, которая соответствует только одному типу цели из класса «самолет с ТРД».

5. Весь диапазон возможных значений оценок разностей $\Delta \hat{F}_{нк}$ априорно разбивается (рис. 2) на Q неперекрывающихся поддиапазонов, при этом нижняя F_{Hq} и верхняя F_{Bq} границы каждого q -го поддиапазона ($q = 1, \dots, Q$), соответствующего q -му типу цели, определяются выражениями

$$F_{Hq} = F_{Pi} * n_1 * N_{Лi}, \quad (1)$$

$$F_{Bq} = F_{Pi} * n_2 * N_{Лi}, \quad (2)$$

где F_{Pi} – максимальная частота вращения ротора КНД силовой установки q -го типа воздушной цели; n_1 и n_2 – соответственно минимальное и максимальное значения величины относительных оборотов вращения ротора силовой установки, одинаковые для всех типов воздушных целей; N_{J1} – количество лопаток рабочего колеса первой ступени КНД.

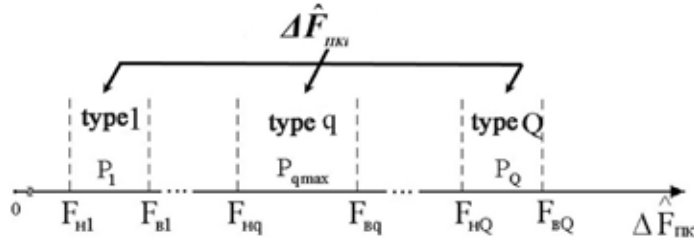


Рис. 2. Диапазоны разностей оценок доплеровских частот

Fig. 2. Range of difference estimate Doppler frequency

6. Определяется номер q -го поддиапазона, в который попала величина $\Delta\hat{F}_{ГК}$, и принимается решение о распознавании q -го типа воздушной цели из класса «самолет с ТРД».

**Процедура распознавания разделяющейся воздушной цели по принципу
«отделившаяся одна или несколько одиночных пилотируемых целей
от группы самолетов с ТРД – отделившаяся одна или несколько
пилотируемых групп целей от группы самолетов с ТРД – отделившаяся ракета
от ее носителя-самолета с ТРД»**

1. Исходным условием в данной процедуре распознавания является информация о том, что в результате реализации процедуры распознавания ВЦ по принципу «одиночная – групповая», определено по текущему k -му спектральному доплеровскому портрету (в области средних доплеровских частот), что имеется $N_k^{(i)}$ групп целей, каждая из которых состоит из i самолетов, и M_k одиночных целей (например, согласно рис. 1д, $M_k = 2$; $N_k^{(i)} = 2$, причем в первой группе $i = 2$, а во второй – $i = 4$).

2. Данная информация запоминается в качестве эталонной для анализа $k + 1$ -го и $k + 2$ -го спектральных доплеровских портретов.

3. По каждому текущему $k + 1$ -му и $k + 2$ -му спектральному доплеровскому портрету (в области средних доплеровских частот) в соответствии с приведенной процедурой распознавания ВЦ по принципу «одиночная – групповая» определяются количество $L_{k+1}^{(j)}$ групп целей, количество j самолетов в каждой группе, а также Z_{k+1} одиночных целей.

4. Сравнивается информация, полученная при анализе k -го, $k + 1$ и $k + 2$ спектральных доплеровских портретов. Если она полностью совпадает ($M_k = Z_{k+1}$; $N_k^{(i)} = L_{k+1}^{(j)}$ и для каждой группы $i = j$), то принимается решение о том, что цель не разделилась и информация, полученная на основе анализа k -го спектрального доплеровского портрета ($N_k^{(i)}$ и M_k), сохраняется в качестве эталонной для следующего анализа $k + 3$ -го спектрального доплеровского портрета.

В противном случае (если информация, полученная при анализе k -го, $k + 1$ -го и $k + 2$ -го спектральных портретов не совпадает) принимается решение о разделении цели и появлении новых групп $L_{k+1}^{(j)}$, каждая из которых состоит из j самолетов, и количества Z_{k+1} одиночных целей. Данная информация сохраняется в качестве эталонной для следующего анализа $k + 3$ -го спектрального доплеровского портрета и т.д.

5. Параллельно в спектральном доплеровском портрете анализируется область высоких доплеровских частот. При появлении в некоторый момент времени спектральной составляющей, превысившей установленный уровень порога $U_{П7}$, и отсутствии спектральных составляющих, отстоящих от нее слева и справа на величину ΔF_1 и не превышающих порог $U_{П2}$ (таблица, распознаваемое состояние – факт отделения ракеты класса «воздух-воздух» от самолета с ТРД), принимается решение, что ракета отделилась от ее носителя.

Процедура распознавания типового состава ГВЦ из класса «самолеты с ТРД»

Физическая сущность данной процедуры заключается в том, что взаимное частотное расположение совокупностей спектральных составляющих в СДП сигналов первичной и вторичной модуляции определяют, как и для одиночной воздушной цели, тип силовой установки каждого самолета в группе, а по нему – непосредственно типовой состав группы в целом.

1. Исходным условием является информация о том, что по спектральному доплеровскому портрету (в области средних доплеровских частот) определено наличие одной ГВЦ из класса «самолеты с ТРД» и получен полный, с учетом спектральных составляющих сигналов вторичной модуляции, ее спектральный доплеровский портрет (см. СДП (распознавание типового состава ГВЦ из класса «самолеты с ТРД»)).

2. Определяется отсчет доплеровской частоты, соответствующий максимальной амплитуде спектральной составляющей спектра сигнала, который соответствует его отражениям от планера одного из самолетов из этой группы (спектральная составляющая № 2).

3. Слева и справа в полосе частот $\pm \Delta F_{стр}$ относительно частоты спектральной составляющей спектра сигнала, имеющей максимальную амплитуду, определяются отсчеты доплеровских частот локальных максимумов спектра сигнала и их общее количество, которые превысили установленный порог (спектральные составляющие № 1 и 2), что соответствует J -му количеству самолетов в группе.

4. По выявленным отсчетам доплеровских частот локальных максимумов, находящимся в полосе частот $\pm \Delta F_{стр}$ относительно спектральной составляющей, имеющей максимальную амплитуду, вычисляется отсчет доплеровской частоты центроида $F_{Ц}$ как среднее значение отсчетов доплеровских частот локальных максимумов.

5. Определяются отсчеты доплеровских частот локальных максимумов, имеющих наибольшие амплитуды, количество которых равно количеству локальных максимумов, находящихся в полосе доплеровских частот $\pm \Delta F_{стр}$ относительно спектральной составляющей с максимальной амплитудой, соответствующей отражению сигнала от планера одного из самолетов группы, и находящихся справа на частотах, превышающих значение $\pm \Delta F_{стр}$ (локальные максимумы № 1 и 2 имеют наибольшие амплитуды и находятся справа вне полосы частот $\pm \Delta F_{стр}$),

которые обусловлены отражениями сигнала от лопаток первой ступени КНД каждого j -го ($j = 1, \dots, J$) самолета группы.

6. Определяются разности $\Delta F_{\text{цк}j}$ между значениями доплеровских частот, соответствующих центроиду групповой воздушной цели $F_{\text{ц}}$ и отражениям сигнала от лопаток первой ступени $F_{\text{к1}}$ и $F_{\text{к2}}$ компрессора (турбины) низкого давления двигателя каждого j -го самолета группы, которые соответствуют только одному из распознаваемых типу воздушной цели из класса «самолет с турбореактивным двигателем».

7. Весь диапазон возможных значений оценок разностей $\Delta F_{\text{цк}j}$ априорно разбивается (рис. 3) на Q неперекрывающихся друг с другом поддиапазонов, при этом нижняя $F_{\text{н}q}$ и верхняя $F_{\text{в}q}$ границы каждого q -го поддиапозона ($q = 1, \dots, Q$) соответствующего i -му типу цели ($i = 1, \dots, I$), определяются выражениями (1) и (2).

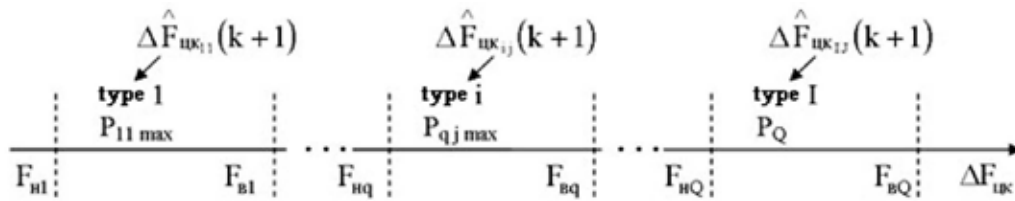


Рис. 3. Разбиение диапазона возможных значений оценок разностей планерных и компрессорных составляющих

Fig. 3. Separate range probably signs estimate difference air-frames and compressor elements

8. Определяются номера i -х ($i = 1, \dots, I$) поддиапазонов, в которые попала величина $\Delta \hat{F}_{\text{цк}j}$, и принимается решение о том, что j -й самолет в группе имеет i -й тип из класса «самолеты с турбореактивными двигателями».

Метод комплексного распознавания ВЦ в БРЛС на этапе первичной обработки РЛ-сигналов

На рис. 4 представлена структура метода комплексного распознавания ВЦ в БРЛС на этапе первичной обработки РЛ-сигналов, объединяющего вышеприведенные процедуры распознавания целей по принципу «одиночная цель», класса одиночной ВЦ по принципу «самолет с ТРД – самолет с ТВД – вертолет – ракета», типа одиночной ВЦ из класса «самолет с ТРД», разделяющей ВЦ и типового состава ГВЦ из класса «самолеты с ТРД».

Сущность предлагаемого метода заключается в следующем.

1. На вход процедуры распознавания ВЦ по принципу «одиночная – групповая» поступает спектральный доплеровский портрет $S(f)$ отраженного от воздушной цели РЛ-сигнала (в виде амплитуд с соответствующими отсчетами доплеровских частот), полученный путем его преобразования из временной области в частотную на основе процедуры БПФ. Осуществляется распознавание воздушной цели по принципу «одиночная – групповая» с определением количества одиночных целей, количество групп целей и количество целей в каждой группе.

2. Если принято решение о том, что цель одиночная, то осуществляется распознавание класса ВЦ по принципу «самолет с ТРД – самолет с ТВД – вертолет – ракета».

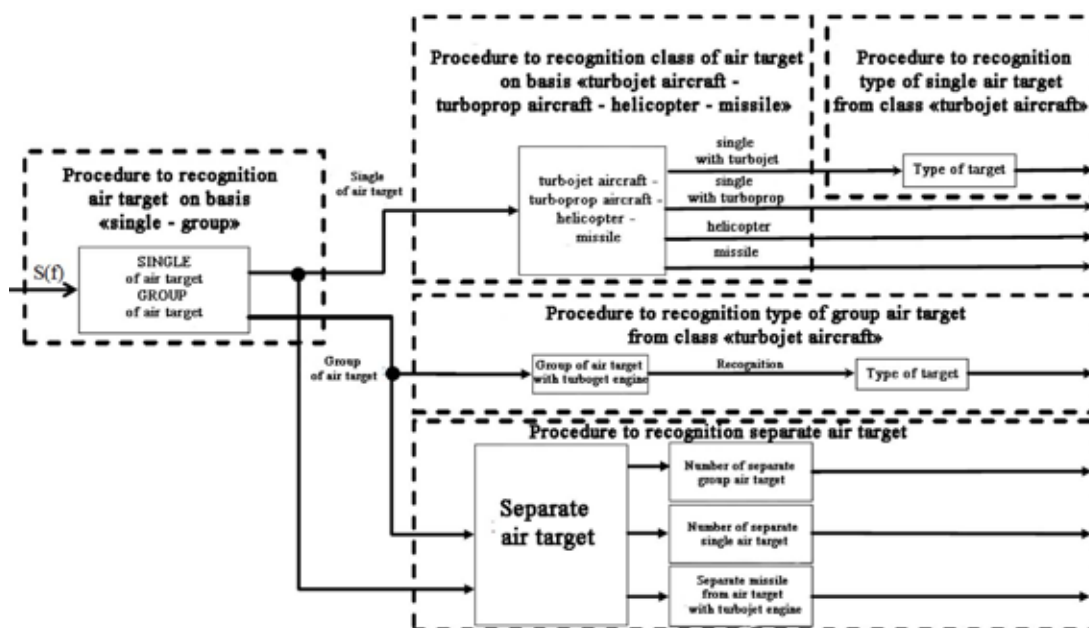


Рис. 4. Метод комплексного распознавания воздушных целей на этапе первичной обработки сигнала

Fig. 4. Method of air targets complex recognition in air-based pulse-Doppler radar on first step analyse signal

3. Если принято решение о том, что цель одиночная и из класса «самолет с ТРД», то осуществляется распознавание типа одиночной воздушной цели.

4. Параллельно со вторым и третьим этапами, если приняты решения о том, что имеется определенное количество одиночных воздушных целей групп целей и количество целей в каждой группе, осуществляется распознавание разделяющейся воздушной цели.

5. Если же на первом этапе принято решение о том, что цель групповая, то осуществляется распознавание типового состава ГВЦ и параллельно распознавание разделяющейся воздушной цели.

В результате совместной реализации описанных выше процедур, в общем случае, на выходе метода комплексного распознавания воздушных целей по спектральным доплеровским портретам на этапе первичной обработки сигналов имеет место следующая информация:

- о количестве одиночных воздушных целей;
- о количестве групп воздушных целей;
- о количестве целей в каждой группе;
- о типе одиночной воздушной цели;
- о типовом составе групповой воздушной цели;
- о том, что одиночная воздушная цель является самолетом с турбовинтовым двигателем;
- о том, что одиночная воздушная цель является вертолетом;
- о том, что одиночная воздушная цель является ракетой;
- о том, что произошло разделение пилотируемой группы целей;
- о том, что не произошло разделение пилотируемой группы целей;
- о том, что произошло отделение ракеты от ее носителя.

Таким образом, с учетом результатов экспериментальных исследований информационных свойств РЛ, отраженных от реальных воздушных целей, разработан метод комплексного их распознавания в импульсно-доплеровской БРЛС на этапе первичной обработки РЛ-сигналов, объединяющий процедуры распознавания целей по принципу «одиночная цель – групповая цель», класса одиночной ВЦ по принципу «самолет с ТРД – самолет с ТВД – вертолет – ракета», типа одиночной ВЦ из класса «самолет с ТРД», разделяющейся ВЦ и типового состава ГВЦ из класса «самолеты с ТРД».

Список литературы / References

[1] Богданов А.В., Коротков С.С., Кучин А.А., Бондарев В.Н., Лютиков И.В. Концепция распознавания воздушных целей в авиационном радиолокационном комплексе, *Журнал СВУ. Техника и технологии*, 2016, 9(3), 320-331. [Bogdanov A.V., Korotkov S.S., Kuchin A.A., Bondarev V.N. The concept of recognition of air targets in the aviation radar complex, *Journal of Siberian Federal University. Engineering and technology*, 2016, 9(3), 320-331 (in Russian)]

[2] Богданов А.В., Васильев О.В., Каневский М.И., Коротков С.С., Миронович С.Я., Кучин А.А., Анциферов А.А., Закомолдин Д.В. Результаты лётно-экспериментальных исследований по оценке возможностей всестороннего распознавания воздушных целей в импульсно-доплеровской РЛС воздушного базирования в сантиметровом диапазоне волн, *Успехи современной радиоэлектроники*, 2016, 11, 174 – 179. [Bogdanov A.V., Vasiliev O.V., Kanevskiy M.I., Korotkov S.S., Mironovich S.Y., Kuchin A.A., Antsiferov A.A., Zakomoldin D.V. The results of experimental studies on assessment of comprehensive air target recognition in centimeter band by airborne pulse doppler radar, *Advances in modern electronics*, 2016, 11, 174 – 179 (in Russian)]

[3] Богданов А.В., Лобанов А.А. Признаки распознавания воздушных целей в бортовой радиолокационной станции истребителя на основе анализа спектральных доплеровских портретов радиолокационных сигналов, отраженных от реальных ЛА, *Вестник ВА ВКО*, 2019, 3, 99-104. [Bogdanov A.V., Lobanov A.A. Signs of recognition air targets in airborne pulse doppler radar fighter based on analyse spectral Doppler portrait created by radar signals reflecting from real air targets, *Transaction of the Military Aerospace Defence Academy*, 2019, 3, 99-104 (in Russian)]

DOI: 10.17516/1999-494X-0224

УДК 519.816

A Mathematical Model of the Detection Probability of the Point Target by the Operator of the Payload Electro-Optical System for Unmanned Aerial Vehicle

Aleksey I. Tishchenko and Stepan V. Artyshchenko*

Military Education and Research Centre of Military-Air Forces

«Military-Air Academy

Named After Professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin»

Voronezh, Russian Federation

Received 27.09.2019, received in revised form 04.12.2019, accepted 21.01.2020

Abstract. The paper deals with a mathematical model of the probability of detection of a point target by the operator of the payload of an optoelectronic device installed on an unmanned aerial vehicle, based on the use of the Johnson criterion and the binomial law of repeated tests.

Keywords: a mathematical model, a probability of detection, optoelectronic systems, unmanned aerial systems, a payload operator, rescue operations.

Citation: Tishchenko A.I., Artyshchenko S.V. A mathematical model of the detection probability of the point target by the operator of the payload electro-optical system for unmanned aerial vehicle, J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2020, 13(3), 328-337. DOI: 10.17516/1999-494X-0224

© Siberian Federal University. All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).

* Corresponding author E-mail address: aleksei.tishenko@yandex.ru

Математическая модель вероятности обнаружения точечной цели оператором полезной нагрузки оптико-электронной системы беспилотного летательного аппарата

А.И. Тищенко, С.В. Артыщенко

*Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил
«Военно-воздушная академия
имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»
Российская Федерация, Воронеж*

Аннотация. В работе рассматривается математическая модель вероятности обнаружения точечной цели оператором полезной нагрузки оптико-электронного средства, установленного на беспилотном летательном аппарате, на основе использования критерия Джонсона и биномиального закона повторных испытаний.

Ключевые слова: математическая модель, вероятность обнаружения, оптико-электронные системы, беспилотные летательные системы, оператор полезной нагрузки, аварийно-спасательные работы.

Цитирование: Тищенко, А.И. Математическая модель вероятности обнаружения точечной цели оператором полезной нагрузки оптико-электронной системы беспилотного летательного аппарата / А.И. Тищенко, С.В. Артыщенко // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2020. 13(3). С. 328-337. DOI: 10.17516/1999-494X-0224

Введение

Подразделения поисково-спасательной службы используют беспилотные летательные аппараты (БПЛА) при проведении аварийно-спасательных работ в тех случаях, когда необходимо оперативно, достоверно без риска для жизнедеятельности личного состава спасательного подразделения, экипажей самолетов и вертолетов оценить ущерб от чрезвычайных ситуаций природного или техногенного характера, а также при поиске и спасении пропавших или терпящих бедствие людей в труднодоступных районах.

В зависимости от решаемой задачи на БПЛА устанавливается соответствующая целевая нагрузка. Для поиска людей используют видео и инфракрасные (ИК) камеры, которые в комплексе с оборудованием беспилотного летательного аппарата можно рассматривать как оптико-электронные системы (ОЭС).

Для планирования мероприятий, связанных с применением БПЛА в ходе выполнения аварийно-спасательных работ, штабу поисково-спасательных работ целесообразно иметь расчетные программы, позволяющие с высокой степенью достоверности, исходя из наличия и возможностей ОЭС, парка беспилотных летательных аппаратов прогнозировать сроки выполнения поставленной задачи.

Реализация расчетных программ возможна при наличии математических моделей, соответствующих задачам, стоящим перед расчетом БПЛА в ходе проведения аварийно-спасательных работ.

Целью данной работы является разработка математической модели расчета вероятностей обнаружения и распознавания наземной цели оператором полезной нагрузки оптико-электронной системы, установленной на БПЛА, осуществляющем в заданном районе случайный поиск. Обнаружение и распознавание оператором осуществляется по монитору наземного пункта управления БПЛА.

Для решения поставленной цели определимся с некоторыми понятиями, которые будем использовать в дальнейшем.

Под наземным объектом поиска будем понимать простые, малоразмерные, стационарные или малоподвижные объекты, находящиеся на поверхности Земли. Площадь этих объектов, как правило, в сотни тысяч раз меньше площади районов поиска. Поэтому в дальнейшем объекты поиска будем называть точечными.

Для подразделения поисково-спасательных работ, осуществляющего поиск людей (объектов поиска) с помощью ОЭС БПЛА, основными визуальными задачами являются обнаружение и распознавание объекта поиска. Под обнаружением будем понимать уровень восприятия, при котором осуществляется выделение на экране монитора пятна, соответствующего объекту поиска, на фоне помех. Под распознаванием будем понимать уровень восприятия, при котором объект поиска различается уровнем детализации, позволяющим определить его класс – человек, автомобиль и т.д.

Тактическими характеристиками задачи являются высота, маршрут полета БПЛА в районе поиска, а также время обнаружения и распознавания объекта поиска.

На решение задачи по обнаружению и распознаванию объектов поиска могут оказать влияние следующие факторы: качество изображения объекта поиска на экране ОЭС; объем априорной информации, на основе которой осуществляется выделение объекта поиска на фоне окружающей среды; степень подготовки оператора полезной нагрузки. Первые три фактора определяются параметрами ОЭС и БПЛА, привлекаемых к поиску. К числу технических характеристик ОЭС, оказывающих влияние на вероятности обнаружения и распознавания наземных объектов, на выбор маршрута и профиль полета БПЛА, относятся: фокусное расстояние, углы поля зрения по горизонтали и вертикали и разрешающая способность объектива; размер пикселя и матрицы приемника излучения.

Математическая модель вероятности обнаружения цели оператором полезной нагрузки оптико-электронной системы беспилотного летательного аппарата

Решение поставленной цели выполним применительно к следующим условиям. Расчет беспилотного летательного аппарата осуществляет поиск точечного наземного объекта площадью S_m в заданном районе поиска площадью S_p с помощью ОЭС видимого диапазона, установленной на БПЛА. ОЭС включает в себя видеокамеру и монитор. Монитор находится на наземном пункте управления беспилотного летательного аппарата. Формат изображения монитора полностью соответствует формату изображения приемника излучения. Видеокамера установлена непосредственно на летательном аппарате под углом визирования α . Технические характеристики камеры с установленным объективом: вертикальный угол поля зрения α_v ; горизонтальный угол поля зрения α_h ; фокусное расстояние объектива f ; скорость съемки τ (для

фотосъемки серийность съемки, для видеосъемки частота кадра); линейное разрешение ОЭС на местности R ; размер пикселя матрицы δ ; размер матрицы приемника излучения по горизонтали a и по вертикали b .

Проекция поля зрения видеокамеры на контролируемую в процессе полета БПЛА земную поверхность при угле визирования 0° имеет форму прямоугольника, а при угле визирования, отличном от 0° , – трапецию (рис. 1) с параметрами и площадью, определяемыми следующими выражениями:

$$l_1 = AB = \frac{2h_{\text{пол}} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha_{\text{с}}}{2}\right)}{\cos\left(\alpha + \frac{\alpha_{\text{с}}}{2}\right)}, \alpha + \frac{\alpha_{\text{с}}}{2} < 90^\circ; \quad (1)$$

$$l_2 = DC = \frac{2h_{\text{пол}} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha_{\text{с}}}{2}\right)}{\cos\left(\alpha - \frac{\alpha_{\text{с}}}{2}\right)}, \alpha - \frac{\alpha_{\text{с}}}{2} < -90^\circ; \quad (2)$$

$$l_3 = MK = h_{\text{пол}} \sqrt{\left(\frac{1}{\cos\left(\alpha + \frac{\alpha_{\text{с}}}{2}\right)}\right)^2 + \left(\frac{1}{\cos\left(\alpha - \frac{\alpha_{\text{с}}}{2}\right)}\right)^2 - \frac{2 \cos \alpha_{\text{с}}}{\cos\left(\alpha + \frac{\alpha_{\text{с}}}{2}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\alpha_{\text{с}}}{2}\right)}}, \alpha \pm \frac{\alpha_{\text{с}}}{2} < \pm 90^\circ; \quad (3)$$

$$l_4 = PG = \frac{l_2 - l_1}{2}; \quad (4)$$

$$S_{\text{обз}} = l_4 l_3, \quad (5)$$

где l_1 – основание трапеции (сторона прямоугольника), ближее относительно БПЛА; l_2 – основание трапеции (сторона прямоугольника), дальнее относительно БПЛА; l_3 – высота трапеции (прямоугольника); l_4 – средняя линия трапеции; $S_{\text{обз}}$ – площадь зоны обзора ОЭС земной поверхности; $h_{\text{пол}}$ – высота полета беспилотного летательного аппарата.

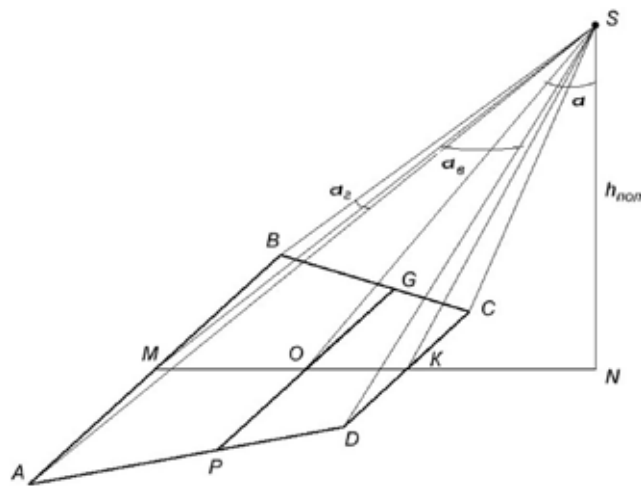


Рис. 1. Проекция поля зрения видеокамеры на земную поверхность

Fig. 1. Projection of the field of view of the camera on the earth's surface

Связь между размерами матрицы приемника излучения и углами поля зрения ОЭС такова:

$$\alpha_z = \arctg \frac{a}{2f}; \quad (6)$$

$$\alpha_g = \arctg \frac{b}{2f}. \quad (7)$$

Решение задачи рассмотрим применительно к случаю, когда количество БпЛА, привлекаемых к поиску, ограничено, район поиска обширен, данные о месте и маршруте движения терпящих бедствие отсутствуют. В подобных условиях для детального осмотра участков местности в пределах района поиска используют прямолинейные взаимно параллельные маршруты – параллельное галсирование. Маршруты прокладываются таким образом, чтобы края поля зрения ОЭС БпЛА двух соседних маршрутов при установленной высоте полета $h_{пол}$ летательного аппарата, как минимум, соприкасались. Это обеспечит 100%-ный просмотр ОЭС БпЛА района поиска. Следовательно, расстояние между маршрутами должно быть равным l_l . Облет района поиска летательным аппаратом осуществляется с крейсерской скоростью $V_{кр}$.

В процессе полета БпЛА получаемое с помощью видеокамеры видеоизображение участка местности передается по радиоканалу на наземный пункт управления, где отображается на мониторе оператора целевой нагрузки. Оператор в ходе анализа полученной информации обнаруживает цель.

В системах видеорегистрации для определения вероятностей обнаружения и распознавания объектов используют критерий Джонсона. Его суть применительно к решаемой задаче заключается в том, что существует соответствие между числом разрешаемых периодов эквивалентной миры, укладываемых на минимальном размере наблюдаемого объекта поиска, и уровнем его восприятия. В качестве эквивалентной миры взята штриховая мира прямоугольной формы, ширина которой равна минимальному размеру объекта поиска, а длина соответствует размеру, перпендикулярному минимальному размеру. Этот критерий также применяется для оптико-электронных систем с выходным видеосигналом видеокамер с тем отличием, что вместо пар линий штриховой миры значения указывают в телевизионных линиях или, что то же самое, в элементах изображения (пикселях). Графическое выражение критерия Джонсона применительно к решаемой задаче обнаружения и распознавания изображений объектов поиска представлено на рис. 2 [1].

Используя метод наименьших квадратов и аппроксимируя кривые вероятностей обнаружения и распознавания объектов от количества элементов разрешения занимаемыми ими на видеоматериалах экспоненциальными функциями, получим аналитические зависимости:

$$P_{об} = 1 - e^{-0,2(N-1)^2}, \quad (8)$$

$$P_{рас} = 1 - e^{-0,015(N-1)^2}, \quad (9)$$

где $P_{об}$, $P_{рас}$ – вероятности обнаружения и распознавания и идентификации объектов; N – количество элементов разрешения занимаемых объектом поиска на мониторе наземного пункта управления.

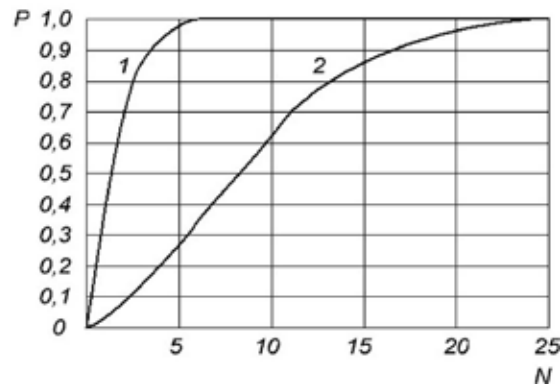


Рис. 2. Зависимости вероятностей обнаружения (1) и распознавания (2) объектов поиска от количества элементов разрешения, занимаемых ими на мониторе

Fig. 2. Dependences of probabilities of detection (1) and recognition (2) of search objects the number of resolution elements they occupy on the monitor

Зависимость между размерами объекта поиска на местности и количеством N определяется выражением [2]

$$N = \frac{l_m f}{R h_{пол}}, \quad (10)$$

где l_m – линейные размеры объекта поиска по направлению полета БПЛА; R – линейное разрешение ОЭС на местности, связанное с размерами δ соотношением вида

$$R = \frac{h_{пол} \delta}{f}. \quad (11)$$

При попадании объекта поиска в поле зрения ОЭС он появится на экране монитора наземного пункта управления и оператор полезной нагрузки обнаружит и распознает объект поиска с вероятностью p , равной вероятности распознавания $P_{рас}$.

Район поиска применительно к ОЭС БПЛА можно рассматривать как серию видеок кадров $n = n_1 n_2$ – независимых испытаний, определяемых произведением количества элементов разрешения n_1 , приходящимся на полный маршрут полета БПЛА, и количеством кадров n_2 , приходящихся на элемент разрешения, определяемых выражениями (12), (13). Элемент разрешения представляет собой поле зрения ОЭС на земную поверхность.

$$n = n_1 n_2, \quad (12)$$

$$n_1 = \left\lceil \frac{l_{пол}}{l_3} \right\rceil, \quad (13)$$

$$n_2 = \left\lceil \frac{l_3}{V_{кр}} \right\rceil \tau, \quad (14)$$

где $l_{пол}$ – полная протяженность полета БПЛА в районе поиска; $\lceil x \rceil$ – наибольшее целое, большее или равное x .

Количество кадров m , на которых имеется изображение объекта поиска, определяется произведением количества элементов разрешения n_3 , приходящимся на размер объекта поиска, и

количеством кадров n_2 , приходящихся на элемент разрешения, определяемых выражениями (13), (14).

$$m = n_3 n_2, \quad (15)$$

$$n_3 = \left\lceil \frac{l_m}{l_3} \right\rceil. \quad (16)$$

Если обозначить вероятность обнаружения и распознавания объекта поиска в i -м снимке через p_i , равное p , то для расчета вероятности того, что в n снимках района поиска обнаружение и распознавание объекта поиска произойдут не менее чем в m снимках можно использовать биномиальный закон повторных испытаний [2]:

$$P_n(m) = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}, \quad (17)$$

где $P_n(m)$ – вероятность обнаружения объекта поиска оператором полезной нагрузки m раз в серии из n видеок кадров; C_n^m – число сочетаний из n по m , равное

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}. \quad (18)$$

Используя $P_n(m)$ можно вычислить вероятность обнаружения и распознавания объекта поиска по видеоматериалам хотя бы 1 раз:

$$R_{1,n} = 1 - \sum_{j=0}^0 P_{0,n} = 1 - \prod_{i=1}^n q_i,$$

где $q_i = 1 - p_i$, $p_i = 0$ для $i = 1 - z$; $p_i = P_{paci}$ для $i = z + 1 - z + m$; $p_i = 0$ для $i = z + m - n$.

Отсюда

$$R_{1,n} = 1 - (P_{pacz+1} P_{pacz+2} \dots P_{pacz+m}). \quad (19)$$

Так как $P_{pacz+1} = P_{pacz+2} = \dots = P_{pacz+m}$, то выражение (19) примет вид

$$R_{1,n} = 1 - P_{pac}^m. \quad (20)$$

Подставляя в (20) выражения (3), (6), (7), (9), (12) – (16), получим выражение, позволяющее оценить вероятность обнаружения и распознавания оператором полезной нагрузки цели с помощью установленных на БПЛА ОЭС в первом залете.

$$R_{1,n} = 1 - \exp \left(-0,015 \left(\frac{l_m f}{Rh_{нол}} - 1 \right) \left| \frac{2 \frac{l_m}{2h_{нол} \cos(\alpha) \sin\left(\frac{\alpha_g}{2}\right)} \left[\frac{l_3}{V_{sp}} \right] \tau}{\sin\left(\alpha - \frac{\alpha_g}{2}\right) \sin\left(\alpha + \frac{\alpha_g}{2}\right)} \right| \right). \quad (21)$$

Время, необходимое для выполнения первого залета БПЛА в район поиска, определяется выражением

$$t = \left(l_o + 1 + \pi \frac{l_1}{2} \right) \frac{l_{iu}}{l_1 V_{kp}} = \left(l_{cp} + 1 + \pi \frac{\frac{2h_{пол} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha_c}{2}\right)}{\sin\left(\alpha + \frac{\alpha_c}{2}\right)}}{2} \right) \frac{l_{iu}}{\frac{2h_{пол} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha_c}{2}\right)}{\sin\left(\alpha + \frac{\alpha_c}{2}\right)} V_{kp}}, \quad (22)$$

где l_o , l_{iu} – размеры района поиска по длине и ширине соответственно.

Выражения (21) и (22) показывают, что вероятность обнаружения и распознавания объектов поиска в заданном районе и время, необходимое для выполнения этого поиска, можно рассчитать по известным характеристикам ОЭС, полета БПЛА, размерам района поиска и объекта поиска.

Эти зависимости позволяют решить обратную задачу, когда по заданному значению вероятности обнаружения и распознавания объекта поиска, известным характеристикам ОЭС, размерам района поиска и объекта поиска можно рассчитать параметры полета БПЛА и количество вылетов в район поиска, обеспечивающих минимальное время поиска.

С этой целью устанавливается пороговое значение $R_{l,n}^*$. Из условия $R_{l,n}^* \leq R_{l,n}$ применительно к размерам района и объекта поиска определяют характеристики ОЭС, полета БПЛА, при которых время поиска объекта будет минимальным.

Если в результате залета условие $R_{l,n}^* \leq R_{l,n}$ не выполнимо, то в этом случае необходимо выполнить последующие залеты БПЛА в район поиска до тех пор, пока неравенство не будет выполнено.

Расчет $R_{l,k}$ в последующих залетах осуществляется с использованием выражения (23), а время t определяется как произведение времени выполнения одного залета на количества залетов:

$$R_{l,k} = 1 - \prod_{i=1}^k (1 - R_{l,i}), \quad (23)$$

где k – количество залетов БПЛА в район поиска.

Численное исследование математической модели

Штат подразделения поисково-спасательных работ может содержать расчет БПЛА Phantom 3 Professional [3]. Поэтому численное исследование математической модели проведем применительно к данному беспилотному летательному аппарату, состоящему из непосредственно летательного аппарата, видеокамеры и пульта дистанционного управления.

Основные технические характеристики рассматриваемой модели:

беспилотный летательный аппарат: максимальная скорость полета 16 м/с (~60 км/ч); максимальное время полета ~23 мин; максимальная высота полета 6000 м; дальность передачи видеосигнала до 2000 м; подвес обеспечивает охват с углом наклона от -90 до 30°;

видеокамеры: оптика EXMOR 1/2,3"; эффективные пиксели 12,4 млн (всего пикселей 12,76 млн); объектив с углом обзора 94°; фокусное расстояние 20 мм; эквивалентный формат 35 мм $f/2,8$; максимальный размер изображения 4000x3000; режим видеосъемки FHD: 1920x1020p 24/25/30/48/50/60 fps [4].

В качестве объекта поиска выберем человека, площадь поперечного сечения которого описывается овалом, длина и ширина которого составляют соответственно 0,75 и 0,5 м. Район поиска представим в виде квадрата со сторонами 2000 м, исходя из дальности передачи видеосигнала. Скорость полета БПЛА 60 км/ч. Пороговое значение вероятности обнаружения и распознавания объекта поиска по видеоматериалам хотя бы 1 раз определим равным 0,99.

Результаты расчета времени, необходимого для обнаружения и распознавания расчетом БПЛА потерявшегося в районе поиска человека в зависимости от высоты полета летательного аппарата (50 – 1000 м), углов визирования видеокамеры 0, 10, 20, 30 градусов и технических характеристик, приведенных выше, представлены на рис. 3.

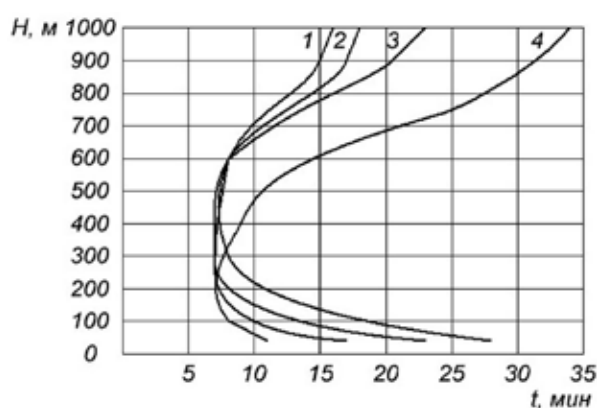


Рис. 3. Расчетные значения времени, необходимого для обнаружения и распознавания расчетом БПЛА потерявшегося в районе поиска человека при различных углах визирования 1 – 0°, 2 – 10°, 3 – 20°, 4 – 30°

Fig. 3. Estimated time required for detection and calculation of the UAV lost in the search area of the person at different viewing angles 1 – 0°, 2 – 10°, 3 – 20°, 4 – 30°

Анализ полученных результатов показывает, что время поиска потерявшихся людей в целом зависит от высоты полета летательного аппарата в ходе поиска и угла визирования видеокамеры. Наиболее существенна эта зависимость в диапазоне высот от 50 до 200 м и от 600 до 1000 м. В диапазоне высот от 200 до 600 м зависимость практически не зависит от высоты полета летательного аппарата и угла визирования видеокамеры. Разность результатов не превышает 3 – 5 мин. Следовательно, можно сделать вывод, что поиск целесообразно вести на указанных высотах при угле визирования 0 градусов, так как при данном угле погрешности определения координат объекта по данным воздушной разведки минимальны. Полученные результаты согласуются с практическими рекомендациями, изложенными в [3], и указывают на адекватность представленной математической модели.

Заключение

Таким образом, получена математическая модель вероятностей обнаружения и распознавания точечной цели оператором полезной нагрузки оптико-электронной системы беспилотного летательного аппарата. Она может быть реализована с применением программ высокого уровня. Результаты моделирования целесообразно использовать при планировании поисково-спасательных работ, связанных с поиском пропавших людей или объектов поиска в труднодоступных районах.

Список литературы / References

- [1] Тищенко А.И., Ишук И.Н., Громов Ю.Ю. Определение высоты полета беспилотного летательного аппарата для выполнения видеонаблюдения с требуемой степенью детализации информации при поиске тепловых объектов, *Информационно-сенсорные системы в теплофизических исследованиях: сб. науч. ст.* (Тамбов, 6 – 9 ноября 2018 г.). Тамбов: Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2018, 2, 190 – 194. [Tischenko A.I., Ischuk, I.N., Gromov Yu.Yu. Determination of the height of the flight of unmanned aircraft for video monitoring with the required degree of detail of information when searching for thermal objects, *Information and sensor systems in thermophysical studies: collection of scientific works. article* (Tambov, 6 – 9 November 2018). Tambov: Publishing house FGBOU VO «TSTU», 2018, 2, 190 – 194 (In Russian)]
- [2] Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*, М.: Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 832 с. [Korn G., Korn T. *Handbook of mathematics for scientists and engineers*, Moscow.: Home edition of physical and mathematical literature, 1984. 832 p. (In Russian)]
- [3] Поисково-спасательные работы при помощи беспилотных летательных аппаратов [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://fireman.club/statyi-polzovateley/poiskovo-spasatelnyih-raboty-pri-pomoshhi-bespilotnyih-letatelnyih-apparatov> – Заглавие с экрана. [Search and rescue operations using unmanned aerial vehicles [Electronic resource] – Access: <https://fireman.club/statyi-polzovateley/poiskovo-spasatelnyih-raboty-pri-pomoshhi-bespilotnyih-letatelnyih-apparatov>]
- [4] Обзор квадрокоптера *DJI Phantom 3 Professional*. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://mirquadroptero.ru/populyarnye-modeli/universalnye-drony/obzor-dji-phantom-3-professional.html> – Заглавие с экрана. [DJI Phantom 3 Professional. [Electronic resource] – Access: <https://mirquadroptero.ru/populyarnye-modeli/universalnye-drony/obzor-dji-phantom-3-professional.html>]

DOI: 10.17516/1999-494X-0225

УДК 621.391, 621.373.8

Methods for Substantiating the Spatial Characteristics of the Laser Beam of Telecommunication Systems when Getting into Communication with Airborne Control Objects

Vasily S. Kalinin^a and Anton A. Koziratsky^{b*}

*^aMilitary Education and Research Centre of Military-Air Forces
«Military-Air Academy
Named After Professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin»
Voronezh, Russian Federation*

*^bJoint-Stock Company «Concern «Sozvezdie»»
Voronezh, Russian Federation*

Received 22.11.2019, received in revised form 15.12.2019, accepted 21.01.2020

Abstract. Based on the method of functional conversion of random variables, a method has been developed for estimating the density of distribution of fluctuating radiation intensity of a transmitting laser at the input of the receiver, which allows to optimize the divergence angle when getting into communication, taking into account the accuracy of laser beam aiming and the fluctuation characteristics of laser radiation.

Keywords: accuracy of laser beam aiming, fluctuation of radiation intensity, optimization of divergence angle, getting into communication.

Citation: Kalinin V.S., Koziratsky A.A. Methods for substantiating the spatial characteristics of the laser beam of telecommunication systems when getting into communication with airborne control objects, J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2020, 13(3), 338-349. DOI: 10.17516/1999-494X-0225

© Siberian Federal University. All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).

* Corresponding author E-mail address: vasek888@list.ru

Методика обоснования пространственных характеристик лазерного луча систем телекоммуникации при вхождении в связь с воздушными объектами управления

В.С. Калинин^а, А.А. Козирацкий^б

*^аВоенный учебно-научный центр Военно-воздушных сил
«Военно-воздушная академия
имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»
Российская Федерация, Воронеж*

*^бАкционерное общество «Концерн «Созвездие»»
Российская Федерация, Воронеж*

Аннотация. На основе использования метода функционального преобразования случайных величин разработана методика оценки плотности распределения интенсивности флуктуирующего излучения передающего лазерного средства на входе приемника, позволяющая с учетом точности нацеливания лазерного луча и флуктуационных характеристик излучения лазера осуществлять оптимизацию угла расходимости при вхождении в связь.

Ключевые слова: точность нацеливания лазерного луча, флуктуация интенсивности излучения, оптимизация угла расходимости, вхождение в связь.

Цитирование: Калинин, В.С. Методика обоснования пространственных характеристик лазерного луча систем телекоммуникации при вхождении в связь с воздушными объектами управления / В.С. Калинин, А.А. Козирацкий // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2020. 13(3). С. 338-349. DOI: 10.17516/1999-494X-0225

Введение

Увеличение дальности действия лазерных систем связи (при сохранении требуемой достоверности передачи сообщений) признано одной из значимых задач для реализации высокоскоростного защищенного информационного обмена с воздушными судами перспективных систем телекоммуникации. Основным фактором, определяющим увеличение дальности действия при постоянной мощности лазерного излучения передающего средства, является уменьшение угла расходимости лазерного луча, что, в свою очередь, позволит обеспечить требуемую достоверность передачи информации. Вместе с этим одна из трудностей – проблема нацеливания узкого луча, ширина которого соизмерима с величиной ошибок наведения и удержания его в требуемом направлении, особенно остро эта проблема проявляется на подвижных объектах [1- 3].

Кроме того, на практике генерация лазерного излучения сопровождается флуктуацией интенсивности, связанной спонтанным излучением [4], величина которого определяется типом лазера передающей системы и мерами, принятыми для повышения его стабильности [5, 6]. При этом характеристики флуктуации зависят от параметра излучения ξ , изменяющегося в зависимости от приближения (или удаления) от порога генерации лазера.

Возникает актуальная задача оценки эффективности вхождения в связь с учетом точности нацеливания лазерного луча на приемную систему и флуктуирующих характеристик излучения лазера передающего средства.

Целью настоящей статьи является разработка методики оценки эффективности вхождения в связь, учитывающей точность нацеливания лазерного луча на приемник и флуктуационные характеристики излучения лазера, позволяющей увеличить дальности действия лазерных систем телекоммуникации (при сохранении требуемой достоверности передачи информации) за счет оптимизации угла расходимости передающего лазерного средства.

В качестве показателя эффективности приема лазерного излучения примем вероятность вхождения в связь P_{cv} .

Установление связи в системе телекоммуникации будет зависеть от выполнения двух совместных событий: события A_1 , состоящего в том, что в результате нацеливания лазерный луч передающего средства будет ориентирован на апертуру приемника и «накроет» ее, и события A_2 , состоящего в том, что интенсивность лазерного излучения на входе приемника превысит порог обнаружения при сохранении требуемой достоверности приема информации [7]. Необходимо заметить, что накрытие апертуры приемника будет зависеть от расходимости лазерного луча передающей системы, расстояния, на котором находится приемник, и ошибки нацеливания, и не будет зависеть от интенсивности лазерного излучения на входе приемника. В свою очередь, превышение порогового значения интенсивности лазерного излучения на входе приемника или обнаружение будет зависеть от интенсивности излучения на выходе лазера передающего средства, длины трассы распространения излучения (расстояния до приемника) и суммарного ослабления при ее прохождении в атмосфере. Таким образом, можно утверждать, что рассматриваемые события независимы, поэтому вероятность вхождения в связь определим выражением [8]

$$P_{cv} = P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2), \quad (1)$$

где $P(A_1)$ – вероятность события, состоящего в том, что в результате нацеливания лазерный луч передающего средства будет ориентирован на апертуру приемника и «накроет» ее (вероятность нацеливания); $P(A_2)$ – вероятность обнаружения сигнала в шумах.

Нацеливание лазерного луча системой телекоммуникации

Рассмотрим ситуацию, когда приемопередающие лазерные системы осуществили поиск и достигли ориентации в требуемом направлении (т.е. направлены друг на друга). При этом нацеливание лазерных лучей произведено с некоторой ошибкой.

На рис. 1 представлены поперечные сечения лазерного луча (пучка) двух приемопередающих систем «А» и «В» радиусом a_n и a_n' в плоскостях формирующих оптических систем приемников, точки Q и Q' определяют их центр, а точки O и O' являются центрами апертур оптических систем приемников радиусом a_{np} и a_{np}' . Расстояние между точками Q (Q') и O (O'), определяемое как $\rho_{ош} = a_n - a_{np}$, характеризует ошибку нацеливания передатчика на приемник.

На практике в большинстве случаев ошибки нацеливания подчиняются закону Рэлея [8], поэтому

$$w_n(\rho_{ош}) = \frac{\rho_{ош}}{\sigma_l^2} e^{-\frac{\rho_{ош}^2}{2\sigma_l^2}}, \quad (2)$$

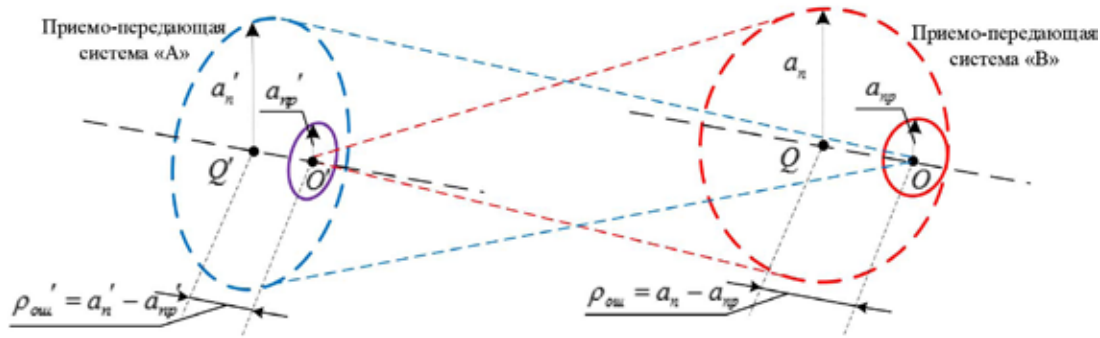


Рис. 1. Геометрия задачи

Fig. 1. Task geometry

где σ_l – линейная среднеквадратическая ошибка нацеливания лазерного луча.

Для малоуглового приближения $\sigma_l \approx \sigma_a L$, где σ_a – угловая среднеквадратическая ошибка нацеливания лазерного луча, L – дальность между передающей и приемной системами.

В этом случае вероятность нацеливания лазерного луча на апертуру оптической системы приемника определим выражением

$$P_n = P(A_1) = \int_0^{a_n - a_{np}} w_n(\rho_{om}) d\rho_{om} = 1 - e^{-\frac{(a_n - a_{np})^2}{2\sigma_l^2}}. \quad (3)$$

На рис. 2 представлены графики зависимости вероятности нацеливания $P(A_1)$ от радиуса поперечного сечения луча a_n в плоскости апертуры приемника при различных значениях ошибки нацеливания σ_l , построенные с использованием выражения (3) для типового радиуса апертуры приемника $a_{np} = 0,05$ м.

Анализ графиков, представленных на рис. 2, позволяет сделать вывод о том, что с увеличением расходимости лазерного луча вероятность нацеливания (накрытия апертуры приемника) увеличивается, однако с увеличением расходимости излучения плотность потока мощности

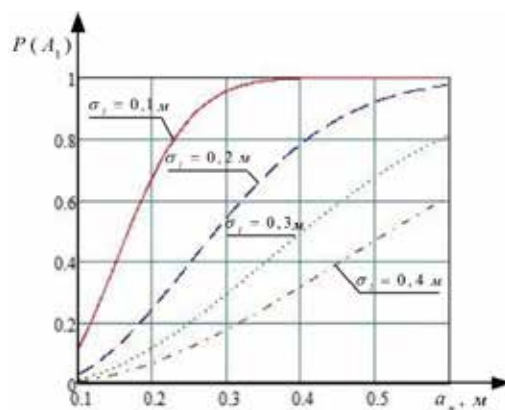
Рис. 2. Графики зависимости вероятности $P(A_1)$ от радиуса поперечного сечения луча a_n Fig. 2. The plot of the probability $P(A_1)$ of the radius of the cross section of the beam a_n

Таблица 1. Результаты расчета оптимальных параметров и характеристик

Table 1. The results of the calculation of optimal parameters and characteristics

Значение угловой среднеквадратической ошибки наведения σ_a , рад	Дальность L , м	Значение линейной среднеквадратической ошибки наведения σ_l , м	Оптимальный радиус луча a_n^* , м	Угол расходимости α_p^* , рад
$2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^3$	0,1	0,26	$1,7 \cdot 10^{-4}$
	$10 \cdot 10^3$	0,2	0,5	10^{-4}
	$15 \cdot 10^3$	0,3	0,7	$9 \cdot 10^{-5}$
	$20 \cdot 10^3$	0,4	0,9	$0,9 \cdot 10^{-5}$

излучения на входе приемника уменьшается, таким образом, приемная система не обеспечит прием информации или обеспечит с низкой достоверностью. На этих графиках также видно, что при известной угловой среднеквадратической ошибке нацеливания подсистемы наведения σ_a для различных дальностей от передающей до приемной системы L возможно определить оптимальный (необходимый и достаточный) радиус поперечного сечения луча a_n и оптимальный угол расходимости лазерного луча α_p^* , обеспечивающие вероятность нацеливания $P_n \approx 0,9$. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Оценка распределения интенсивности лазерного излучения на входе приемной системы

Пусть лазер передающего средства работает в режиме значительно выше порогового ($\xi \gg 0$). В этом случае, как показано в [4], плотность распределения интенсивности при генерации лазера имеет форму гауссовской плотности со средним значением $\bar{J} = \xi \sqrt{\pi} J_{\text{ПГ}}$:

$$w(J_{\text{изл}}) = \frac{1}{\pi J_{\text{ПГ}}} \exp \left\{ - \left(\frac{J_{\text{изл}} - \xi \sqrt{\pi} J_{\text{ПГ}}}{\sqrt{\pi} J_{\text{ПГ}}} \right)^2 \right\}, \quad J_{\text{изл}} \geq 0, \quad (4)$$

где $J_{\text{ПГ}}$ – средняя пороговая интенсивность генерации лазера; ξ – параметр, изменяющийся в зависимости от режима работы лазера (значительно ниже порога генерации до нуля вблизи порога и до большого положительного значения), который, в свою очередь, зависит от значений средней пороговой интенсивности генерации лазера.

Интенсивность лазерного излучения в поперечном сечении луча в области апертуры приемной системы определим выражением:

$$J_{\text{пр}} = J_{\text{изл}} \frac{a_0^2}{a_n^2} e^{-\alpha_{\Sigma} L}, \quad (5)$$

где a_0 – начальный радиус луча на выходе передающего средства; α_{Σ} – коэффициент суммарного ослабления потока излучения в атмосфере за счет рассеяния и поглощения [9, 10].

При этом необходимо отметить, что измеряемая с помощью, например, дальномера или спутниковой подсистемы GPS приемопередающих систем дальность L является случайной величиной, так как определяется с ошибками.

Выделим из выражения (5) $J_{\text{изл}}$, получим

$$J_{изл}(J_{np}) = \frac{a_n^2}{a_0^2} e^{\alpha_{\Sigma} L} J_{np}. \quad (6)$$

Плотность распределения интенсивности лазерного излучения на входе приемной системы $w(J_{np})$ определим с использованием метода функционального преобразования случайных величин [8]:

$$w(J_{np}) = w(J_{изл}(J_{np})) \cdot \left| \frac{dJ_{изл}}{dJ_{np}} \right|. \quad (7)$$

Найдем производную выражения (6), получим

$$\left| \frac{dJ_{изл}}{dJ_{np}} \right| = \frac{a_n^2}{a_0^2} e^{\alpha_{\Sigma} L}. \quad (8)$$

Тогда на основе выражений (4), (6) и (8) распределение интенсивности флуктуирующего лазерного излучения на входе приемной системы запишем в следующем виде:

$$w(J_{np}) = \frac{1}{\pi J_{ПГ}} \frac{a_n^2}{a_0^2} e^{\alpha_{\Sigma} L} \exp \left\{ - \left(\frac{\frac{a_n^2}{a_0^2} e^{\alpha_{\Sigma} L} J_{np} - \xi \sqrt{\pi} J_{ПГ}}{\sqrt{\pi} J_{ПГ}} \right)^2 \right\}. \quad (9)$$

На рис. 3 представлены графики зависимости распределения интенсивности флуктуирующего лазерного излучения $w(J_{np})$ от нормированной величины $k = J_{np} / J_{ПГ}$ при различных значениях радиуса поперечного сечения луча a_n , построенные с использованием выражения (9). Характеристики передающего средства и типовые условия распространения лазерного излучения приведены в табл. 2.

Анализ графиков, представленных на рис. 3, позволяет сделать вывод о том, что изменение формы закона распределения существенным образом определяется расходимостью лазерного

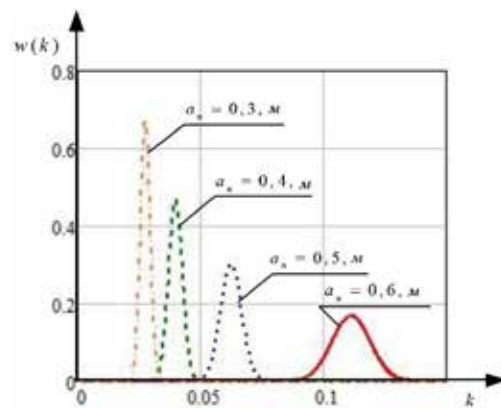


Рис. 3. Распределение интенсивности флуктуирующего лазерного излучения $w(J_{np})$ от нормированной величины $k = J_{np} / J_{ПГ}$ при различных значениях радиуса поперечного сечения луча a_n

Fig. 3. The distribution of the intensity of fluctuating laser radiation from $w(J_{np})$ the normalized value $k = J_{np} / J_{ПГ}$ for various values of the radius of the beam cross section a_n

Таблица 2. Характеристики передающего канала и условия распространения лазерного излучения

Table 2. Characteristics of the transmission medium and conditions for the propagation of laser radiation

Характеристика (параметр), единица измерения	$J_{ПГ}, \text{Вт} / \text{м}^2$	$D, \text{м}$	$\alpha_0 \approx D/4, \text{м}$	ξ	$L, \text{м}$	$\alpha_{\Sigma}, \text{м}$
Значение	300	0,1	0,025	10	10^4	10^{-5}

Таблица 3. Характеристики передающего канала и условия распространения лазерного излучения

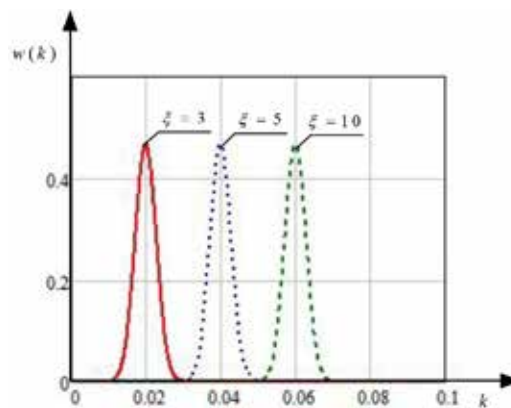
Table 3. The results of the calculation of optimal parameters and characteristics

Характеристика (параметр), единица измерения	$J_{ПГ}, \text{Вт} / \text{м}^2$	$\theta, \text{рад}$	$a_n = \frac{1}{2} L \theta, \text{м}$	$\alpha_0 \approx D/4, \text{м}$	$L, \text{м}$	$\alpha_{\Sigma}, \text{м}$
Значение	300	10^{-4}	0,5	0,025	10^4	10^{-5}

луча на входе приемной системы. При увеличении радиуса поперечного сечения луча α_n увеличивается дисперсия, максимальное значение плотности распределения при этом уменьшается, а среднее значение (математическое ожидание) увеличивается (распределение смещается вдоль оси абсцисс в область больших значений интенсивности флуктуирующего излучения).

На рис. 4 изображены графики зависимости распределения интенсивности флуктуирующего лазерного излучения $w(J_{np})$ от нормированной величины $k = J_{np} / J_{ПГ}$ при различных значениях параметра ξ , построенные с использованием выражения (9). Характеристики передающего канала и условия распространения приведены в табл. 3.

Проанализировав графики, выясняем, что с увеличением значения параметра ξ увеличивается среднее значение (математическое ожидание) и распределения смещается вдоль оси абсцисс в область больших значений интенсивности флуктуирующего излучения, не изменяя своей формы.

Рис. 4. Распределение интенсивности флуктуирующего лазерного излучения $w(J_{np})$ от нормированной величины $k = J_{np} / J_{ПГ}$ при различных параметрах ξ Fig. 4. The distribution of the intensity of fluctuating laser radiation from $w(J_{np})$ the normalized value $k = J_{np} / J_{ПГ}$ for various parameters ξ

Таким образом, на основе использования метода функционального преобразования случайных величин получено выражение распределения интенсивности флуктуирующего лазерного излучения на входе приемной системы.

Вероятность регистрации лазерного излучения средствами второго абонента

Вероятность обнаружения сигнала приемной системой определим следующим выражением:

$$P_{\text{обн}} = P(A_2) = \int_{J_{n.o.}}^{\infty} w(J_{np}) dJ_{np}, \quad (10)$$

где $J_{n.o.}$ – интенсивность порога обнаружения приемной системы.

Подставляя в выражение (10) закон распределения интенсивности лазерного излучения на входе приемной системы (9), получим:

$$P_{\text{обн}} = 1 - \Phi \left[\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{a_n^2}{a_0^2} e^{\alpha_n L} \frac{J_{n.o.}}{J_{\text{ПГ}}} - \sqrt{\pi} \xi \right) \right], \quad (11)$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ – интеграл вероятности.

На рис. 5 представлены графики зависимости вероятности обнаружения $P(A_2)$ от радиуса поперечного сечения луча a_n . Зависимости получены для значений интенсивности порога обнаружения $J_{n.o.} = 100, 150, 200 \text{ Вт/м}^2$ с использованием выражения (11) и характеристик передающего средства, условий распространения лазерного излучения, приведенных в табл. 3.

Анализ графиков на рис. 5 позволяет сделать вывод о том, что при больших интенсивностях порога обнаружения приемной системы необходимо значительно уменьшить радиус поперечного сечения луча, следовательно, увеличить интенсивность мощности излучения, которая ограничена (постоянна). Одновременно уменьшение радиуса поперечного сечения луча в

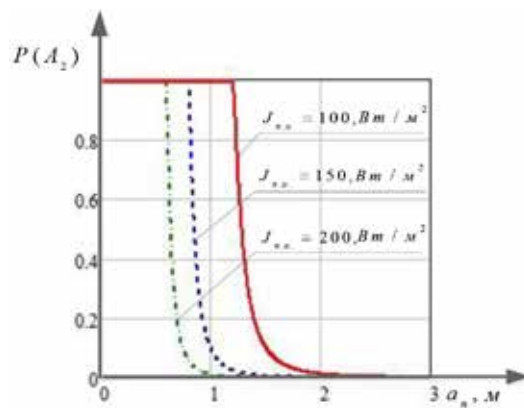


Рис. 5. График зависимости вероятности обнаружения $P(A_2)$ от радиуса поперечного сечения луча a_n при различных значениях интенсивности порога обнаружения $J_{n.o.}$

Fig. 5. The dependence of the probability $P(A_2)$ of detection on the radius a_n of the beam cross section for different values of the intensity of the detection threshold $J_{n.o.}$

условиях существующих ошибок нацеливания может привести к неточной ориентации лазерного луча передающей системы на апертуру оптической системы приемника или «промаху».

**Исследование эффективности вхождения в связь.
Обоснование рациональных пространственных характеристик
лазерного луча системы телекоммуникации**

Вероятность вхождения в связь определим в соответствии с выражением (1), подставляя в него полученные выражения вероятности нацеливания лазерного луча (3) на апертуру приемной системы и вероятности обнаружения (11), получим

$$P_{св} = \left(1 - e^{-\frac{(a_n - a_{оп})^2}{2\sigma_l^2}} \right) \cdot \left[1 - \Phi \left[\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{a_n^2}{a_0^2} e^{\alpha_n L} \frac{J_{n.o.}}{J_{ПГ}} - \sqrt{\pi} \xi \right) \right] \right]. \quad (12)$$

На рис. 6 представлены графики зависимости вероятности вхождения в связь $P_{св}(a_n)$ от радиуса поперечного сечения луча a_n при различных значениях угловых среднеквадратических ошибках нацеливания σ_a на дальности $L = 10^4$ м.

Как видно из представленных на рис. 6 зависимостей, с увеличением радиуса поперечного сечения луча a_n вероятность вхождения в связь увеличивается до определенного значения, что обуславливает увеличение вероятности нацеливания лазерного луча, а затем падает, что соответствует недостаточной интенсивности лазерного излучения для обнаружения на входе приемной системы. Поэтому можно сделать вывод о том, что существует оптимальное значение радиуса поперечного сечения луча a_n^* , обеспечивающего максимальное значение вероятности вхождения в связь, при этом с увеличением точности нацеливания (уменьшении σ_a) вероятность вхождения в связь значительно увеличивается.

Для определения оптимального значения радиуса поперечного сечения луча исследуем выражение (12) на экстремум [11]. Найдем производную выражения (12) по параметру a_n и, приравняв ее к нулю, получим:

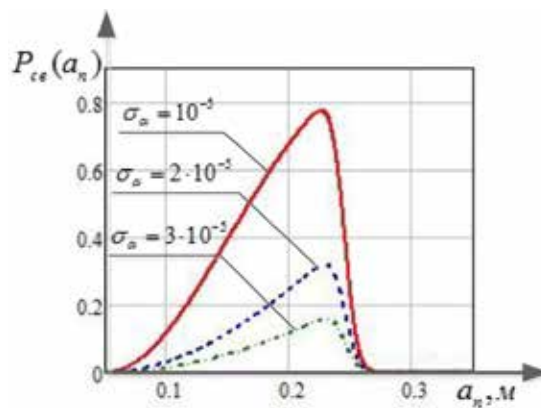


Рис. 6. График зависимости вероятности вхождения в связь $P_{св}(a_n)$ от радиуса поперечного сечения луча a_n при различных значениях угловой ошибки наведения σ_a

Fig. 6. The dependence of the probability of joining $P_{св}(a_n)$ the relationship on the radius a_n of the beam cross section for various values of the angular pointing error σ_a

$$\left(1 - e^{-\frac{(a_n - a_{np})^2}{2\sigma_l^2}}\right) \cdot \left[1 - \frac{1}{a_n} (J_{III}^2 + 1) \operatorname{erf}[x] + \frac{2a_n J_{n.o.} J_{III}}{\pi} \exp\{\alpha_n L - x^2\}\right] + \left(\frac{a_n - a_{np}}{2\sigma_l^4} e^{-\frac{(a_n - a_{np})^2}{2\sigma_l^2}}\right) \cdot [1 - \Phi[\sqrt{2}x]] = 0,$$

где $\operatorname{erf}[x] = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx$ – функция ошибок, $x = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\left(\frac{a_n}{a_0} \right)^2 e^{\alpha_n L} \frac{J_{n.o.}}{J_{III}} - \sqrt{\pi} \xi \right)$.

Данное уравнение является трансцендентным, решить его точными методами не представляется возможным [11], поэтому решим его численным методом и при заданных в табл. 2 характеристиках передающего канала и условий распространения лазерного излучения для типового радиуса апертуры приемной системы $a_{np} = 0,05$ м, интенсивности порога обнаружения $J_{n.o.} = 50$ Вт/м² и линейной среднеквадратической ошибке нацеливания $\sigma_l = 0,2$ м получим корень уравнения $a_n^* \approx 0,24$ м.

Оптимальное значение угла расходимости излучения в общем случае α_p^* будет определяться выражением [12]

$$\alpha_p^* = \frac{2}{L} a_n^*. \quad (13)$$

На рис. 7 изображены графики зависимостей $P_{ce}(L)$ от дальности при оптимальном значении угла расходимости излучения $\alpha_p = \alpha_p^*$ и при $\alpha_p = \text{const}$.

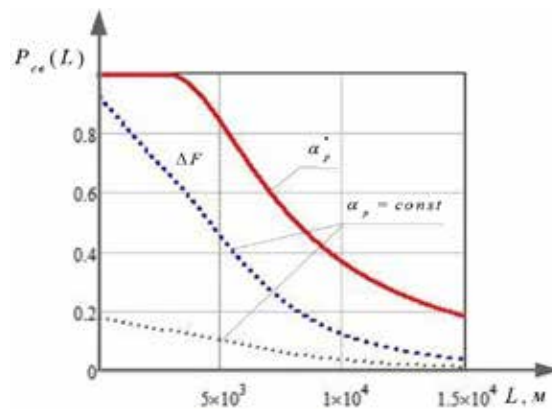


Рис. 7. График зависимости вероятности вхождения в связь $P_{ce}(L)$ от дальности L

Fig. 7. The graph of the probability of joining the relationship $P_{ce}(L)$ from the range L

Как следует из данных графиков, формирование оптимального угла расходимости существенно повышает вероятность вхождения в связь. Так, на дальности 5 км за счет оптимизации угла расходимости вероятность P_{ce} повышается более чем в 1,8 раз и составляет величину 0,83.

Итак, в процессе исследования установлено, что при вхождении в связь двух приемо-передающих систем в заданных условиях и наличии ошибки нацеливания существуют оптимальные характеристики передающего средства, при формировании которых вероятность вхождения в связь значительно повышается.

Заключение

Таким образом, на основе использования метода функционального преобразования случайных величин разработана методика оценки плотности распределения интенсивности флуктуирующего излучения лазера передающего средства на входе приемной системы, которая позволяет осуществлять оценку эффективности вхождения в связь с учетом точности нацеливания лазерного луча и флуктуационных характеристик излучения лазера передающего средства и обосновать основные требования к подсистеме наведения и формирования параметров лазерного луча бортовой телекоммуникационной системы.

Список литературы / References

- [1] Шереметьев А.Г. *Статическая теория лазерной связи*, М.: Связь, 1971, 264 с. [Sheremetyev A.G. *Static theory of laser communication*, Moscow: Communication, 1971, 264 p. (in Russian)].
- [2] Козирацкий А.Ю., Гревцев А.И., Капитанов В.В., Козирацкий А.А. Способ определения угловых координат объектов оптико-электронными средствами на основе пространственно-временной обработки. *Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии*, 2017, 2, 230–234 [Koziratsky A.Ju., Grevtsev A.I., Kapitanov V.V., Koziratsky A.A. The Method of Determining the Angular Coordinates of Objects by Electro-Optical Means on the Basis of Space-Time Processing, *Jornal Siberian Federal University, Engineering and Technologies*, 2017, 2, 230–234 (in Russian)].
- [3] Бутузов В.В., Козирацкий Ю.Л., Прохоров Д.В., Хильченко Р.Г. Оценка эффективности лазерной системы управления направлением разлета поражающих элементов снаряда при поражении воздушных целей. *Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии*, 2019, 3, 266–274 [Butuzov V.V., Koziratsky Ju.L., Prohorov D.V., Hilchenko R.G. Evaluation of the Effectiveness of Laser System Control the Direction of Scattering Damaging Elements of the Projectile with the Defeat of Air Targets, *Jornal Siberian Federal University, Engineering and Technologies*, 2019, 3, 266–274 (in Russian)].
- [4] Звелто О. *Принципы лазеров*, М.: Мир, 1990, 558 с. [Zvelto O. *Principles of Lasers*, Moscow: Mir, 1990, 555 p. (in Italy)].
- [5] Гудмен Дж.В. *Статическая оптика*, М.: Мир, 1988, 527 с. [Goodman J.V. *Static Optics*, Moscow: Mir, 1988, 572 p. (in USA)].
- [6] Козирацкий Ю.Л., Алабовский А.В. Аналоговое моделирование лазера с пассивной модуляцией добротности при жестком возбуждении генерации. *Известия ВУЗов. Радиофизика*, 1988, 10, 1264–1266 [Koziratsky Yu.L., Alabovskiy A.V. Analog simulation of a laser with passive Q switching under hard excitation of generation. *News of Universities. Radiophysics*, 1988, 10, 1264–1266 (in Russian)].
- [7] Козирацкий Ю.Л., Меркулов Р.Е., Кох Н.С. Обоснование принципов построения малогабаритной бортовой станции формирования упреждающих помех лазерным системам управления огнем зенитно-артиллерийского комплекса. *Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии*, 2018, 1, 6–15 [Koziratsky Yu.L., Merkulov R.E., Koch N.S. Substantiation of Principles of Construction of Small-Sized Onboard Station of Formation of Anticipatory Hindrances to Laser Control Systems of Fire of an Antiaircraft-

Artillery Complex, *Jornal Siberian Federal University, Engineering and Technologies*, 2018, 1, 6–15 (in Russian)]

[8] Вентцель Е.С. *Теория вероятностей*. М.: Наука, 1969, 576 с. [Ventzel E.S. *Probability Theory*, Moscow: Nauka, 1969, 576 p. (in Russian)].

[9] Литвиненко О.Н. *Основы радиооптики*. Киев: Техніка, 1974, 208 с. [Litvinenko O.N. *Fundamentals of Radio Optics*, Kiev: Technics, 1974, 208 p. (in Russian)].

[10] Малашин М.С., Каминский Р.П., Малашин М.С., Борисов Ю.Б. *Основы проектирования лазерных локационных систем*. М.: Высшая школа, 1983, 206 с. [Malashin M.S., Kaminsky R.P., Malashin M.S., Borisov Yu.B. *Fundamentals of designing laser location systems*, Moscow: Higher school, 1983, 206 p. (in Russian)]

[11] Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. М.: Наука, 1974, 832 с. [Korn G., Korn T. *Handbook of mathematics for scientists and engineers*, Moscow: Nauka, 1974, 832 p. (in Russian)].

[12] Козирацкий Ю.Л. Оптимизация угла расходимости излучения лазерной локационной системы. *Радиотехника*, 1994, 3, 6–10 [Koziratsky Yu.L. Optimization of the divergence angle of radiation of a laser location system, *Radio Engineering*, 1994, 3, 6–10 (in Russian)].

DOI: 10.17516/1999-494X-0226

УДК 518.6, 536.6

The Computer Model and the Algorithm of Designing a Target Environment of Remote Monitoring Areas Using Thermal Tomograms with Account of their Geographical Location and Meteorological Conditions

Igor N. Ishchuk^b and Alexey A. Dolgov^{a*}

^aMilitary Education and Research Centre of Military-Air Forces

«Military-Air Academy

Named After Professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin»

Voronezh, Russian Federation

^bSiberian Federal University

Krasnoyarsk, Russian Federation

Received 30.09.2019, received in revised form 10.12.2019, accepted 21.01.2020

Abstract. The article considers a computer model and an algorithm used for designing a target environment based on extrapolation of temperature fields of remote monitoring areas according to databases of thermal tomograms of analog objects, underlying surfaces, geographical location and meteorological conditions. A mathematical statement of the problem, concerning simulating the temperature fields of “analogue objects” and bottoming surfaces of remote monitoring areas by means of their thermal tomograms, is described. The outcomes of computer simulation of the spatial distribution of temperature fields of the remote monitoring area based on the results of the field experiment are presented.

Keywords: computer simulation, a mathematical model, target environment, an analogue object, remote monitoring, unmanned aerial vehicle.

Citation: Ishchuk I.N., Dolgov A.A. The computer model and the algorithm of designing a target environment of remote monitoring areas using thermal tomograms with account of their geographical location and meteorological conditions, J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2020, 13(3), 350-360. DOI: 10.17516/1999-494X-0226

© Siberian Federal University. All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).

* Corresponding author E-mail address: alexdolgov88-08@rambler.ru

Компьютерная модель и алгоритм построения фоноцелевой обстановки районов дистанционного мониторинга по тепловым томограммам с учетом их географического положения и метеорологических условий

И.Н. Ищук^б, А.А. Долгов^а

*^аВоенный учебно-научный центр Военно-воздушных сил
«Военно-воздушная академия
имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»
Российская Федерация, Воронеж*

*^бСибирский федеральный университет
Российская Федерация, Красноярск*

Аннотация. В статье рассматриваются компьютерная модель и алгоритм построения фоноцелевой обстановки на основе экстраполяции температурных полей районов дистанционного мониторинга по базам данных тепловых томограмм объектов-аналогов, подстилающих поверхностей, географического положения и метеорологических условий. Представлена математическая постановка задачи моделирования температурных полей «объектов-аналогов» и подстилающих поверхностей районов дистанционного мониторинга по их тепловым томограммам. Приведены результаты компьютерного моделирования пространственного распределения температурных полей района дистанционного мониторинга по результатам натурного эксперимента.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, математическая модель, фоноцелевая обстановка, объект-аналог, дистанционный мониторинг, беспилотный летательный аппарат.

Цитирование: Ищук, И.Н. Компьютерная модель и алгоритм построения фоноцелевой обстановки районов дистанционного мониторинга по тепловым томограммам с учетом их географического положения и метеорологических условий / И.Н. Ищук, А.А. Долгов // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2020. 13(3). С. 350-360. DOI: 10.17516/1999-494X-0226

Введение

В настоящее время в области разработки беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) все больший интерес приобретают вопросы создания полностью автономных комплексов, способных выполнять задачи в условиях отсутствия связи с пунктом управления и спутниковыми навигационными системами. Одной из главных проблем при создании подобных комплексов с БПЛА является ориентация в пространстве, так как выполнение задач дистанционного мониторинга (ДМ) привязано к конкретному участку местности.

Для решения вышеуказанных задач комплексу с БПЛА требуется «эталонный» массив данных, с которым он будет сопоставлять данные, получаемые с его оптико-электронной системы (ОЭС). Одними из перспективных направлений решения вышеназванной проблемы может стать использование в качестве нового информационного слоя геоинформационных систем земной поверхности тепловых томограмм эталонных «объектов-аналогов» и подстилающих поверхностей и построение на их основе пространственного распределения температурных

полей районов ДМ с учетом их географического местоположения, времени суток и метеорологических условий.

1. Постановка задачи

Рассмотрим район ведения ДМ с расположенными на нем надповерхностными (НПО) и подповерхностными объектами (ППО), а также тепловые потоки, действующие в нем (рис. 1).

Распространение температурных полей на поверхности и вглубь профиля района ДМ, представленного на рис. 1, может быть описано с помощью многослойных тепловых моделей для анизотропных негомогенных сред: однослойной – для фона, двухслойной – для надповерхностного объекта, расположенного на земной поверхности, например на грунте; трехслойной – для подповерхностного объекта, расположенного в грунте в приповерхностном слое (рис. 2).

Пространственное распределение температурных полей в многослойной полуограниченной анизотропной среде с учетом граничных условий 2-го рода теплового баланса земной поверхности (ГУ II) и граничных условий сопряжения слоистых сред, учитывающего неидеальность теплового контакта граничащих поверхностей (ГУ IV), можно описать следующим образом [1-3]:

$$\begin{cases} C_{\rho_j}(\theta) \frac{\partial T_j}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}([\lambda_j(\theta)]_{11} \frac{\partial T_j}{\partial x}) + 2 \frac{\partial}{\partial x}([\lambda_j(\theta)]_{12} \frac{\partial T_j}{\partial y}) + 2 \frac{\partial}{\partial x}([\lambda_j(\theta)]_{13} \frac{\partial T_j}{\partial z}) + \\ + \frac{\partial}{\partial y}([\lambda_j(\theta)]_{22} \frac{\partial T_j}{\partial y}) + 2 \frac{\partial}{\partial y}([\lambda_j(\theta)]_{23} \frac{\partial T_j}{\partial z}) + \frac{\partial}{\partial z}([\lambda_j(\theta)]_{33} \frac{\partial T_j}{\partial z}) - C_{w_j} \frac{\partial T_j}{\partial y}; \\ (1 - V)Q - B_0^* = -\lambda(\theta) \frac{\partial T_0}{\partial z} \Big|_{z=0} + C^* \rho^* k \frac{\partial T_0}{\partial z} \Big|_{z=0} + L \rho k \frac{\partial s}{\partial z} \Big|_{z=0}; \\ \lambda_j(T, \theta) \frac{\partial T_j}{\partial z} \Big|_{z=h_j} = \frac{1}{R_T} (T_{j+1} \Big|_{z=+\Delta h_j} - T_j \Big|_{z=-\Delta h_j}); \\ \lambda_j(T, \theta) \frac{\partial T_j}{\partial z} \Big|_{z=-\Delta h_j} = \lambda_{j+1}(T, \theta) \frac{\partial T_{j+1}}{\partial z} \Big|_{z=+\Delta h_j}; \\ T_N|_{z=H} = \varphi_1(x, y, H); \\ T_0|_{z=0} = \varphi_0(x, y, 0), \end{cases} \quad (1)$$

где $T = T(x, y, z, \tau)$ – неизвестная функция температуры, $\tau \in [\tau_0, \tau_1]$, $(x, y, z) \in D = \Omega \times [0, H]$, $\Omega \subset R^2$, Ω – поверхность полуограниченной среды; C_p , C_w – теплоемкости пористой среды и жидкости соответственно; $[\lambda_j(\theta)]_{11}$, $[\lambda_j(\theta)]_{12}$, $[\lambda_j(\theta)]_{13}$, $[\lambda_j(\theta)]_{22}$, $[\lambda_j(\theta)]_{23}$, $[\lambda_j(\theta)]_{33}$ – компоненты тензора эффективной теплопроводности негомогенной пористой среды (почвы) с разрывными коэффициентами ($j \in [0, H]$) в зависимости от потенциальной температуры θ , где C^* – удельная изобарная теплоемкость воздуха, ρ – плотность воздуха, k – коэффициент турбулентности; s – массовая доля водяного пара, L – удельная теплота парообразования; $B_0^* = \delta(\sigma T_0^4 - \delta_a \sigma T_{\Pi}^4)$ – эффективное излучение верхнего слоя поверхности, δ – поглощательная способность верхнего слоя поверхности, σ – постоянная Стефана – Больцмана; q – плотность теплового потока, C_v – удельная теплоемкость водяного пара, R_T – коэффициент термического сопротивления, H – координата нижней границы, $\varphi_0(x, y)$, $\varphi_1(x, y)$ – известные функции начального распределения температур; $Q = Q(x, y, z, \tau)$ поток суммарной солнечной радиации [2].

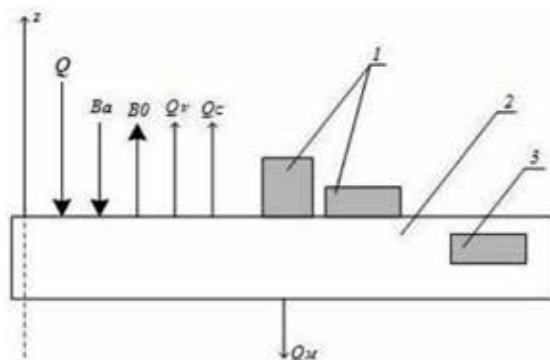


Рис. 1. Упрощенная модель района ведения дистанционного мониторинга: 1 – надповерхностный объект; 2 – грунт (фон); 3 – подповерхностный объект

Fig. 1. Simplified model of remote monitoring area: 1 – surface object; 2 – ground (background); 3 – subsurface object

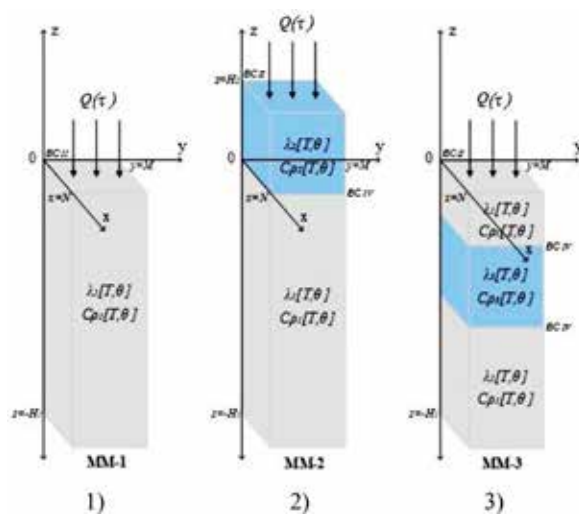


Рис. 2. Многослойные тепловые модели анизотропных негомогенных сред: 1 – однослойная (фон); 2 – двухслойная (НПО/фон); 3 – трехслойная (фон/ППО/фон)

Fig. 2. Multilayer thermal models of anisotropic inhomogeneous media: 1 – single-layer (background); 2 – two-layer (overground object / background); 3 – three-layer (background / underground object/background)

2. Алгоритм моделирования

Рассмотрим алгоритм моделирования пространственного распределения нестационарных температурных полей поверхности района ДМ по его тепловым томограммам путем численного решения параболического дифференциального уравнения теплопроводности в частных производных (1), учитывающего граничные условия теплового баланса земной поверхности и граничные условия сопряжения слоистых сред на основе метода конечных элементов (рис. 3).

Опишем данный алгоритм.

Шаг 1. Задание исходных данных:

- пространственное распределение теплофизических полей (ТФП) (теплопроводность λ ; удельная теплоемкость C , плотность вещества ρ);

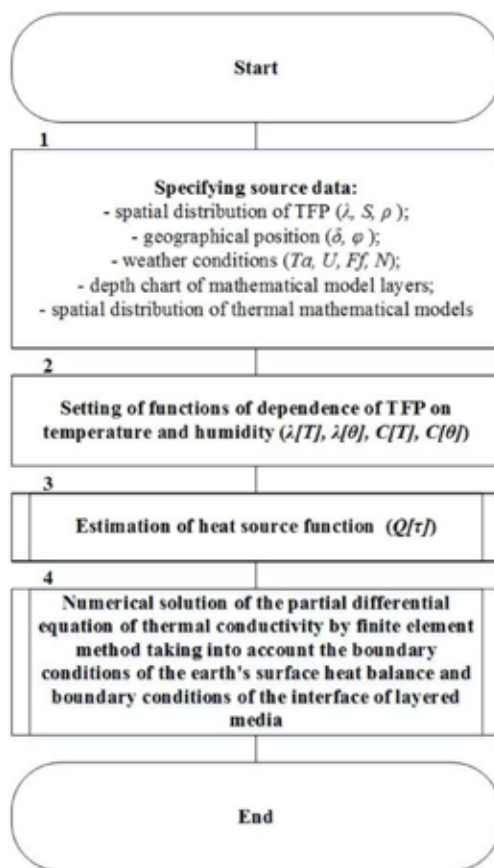


Рис. 3. Алгоритм моделирования температурных полей района дистанционного мониторинга по тепловой томограмме с учетом его географического положения и метеорологических условий

Fig. 3. Algorithm for modeling the temperature fields of the remote monitoring area by thermal tomogram, taking into account its geographical location and meteorological conditions

- параметры географического положения (угол склонения Солнца δ ; широта места наблюдения φ);
- метеорологические условия (температура воздуха в приземном слое T_a ; относительная влажность воздуха U ; скорость ветра в приземном слое F_f ; облачность N);
- глубинограмма слоев математической модели;
- пространственное распределение тепловых математических моделей анизотропных не-гомогенных сред.

Шаг 2. Задание функций зависимости ТФП от эффективной температуры и влажности среды.

Аппроксимация распределения ТФП с помощью эмпирических зависимостей:

$$\lambda_i(T) = \lambda_{0i}[1 + a_i(T - T_0)], \quad i = 1..n \quad (2)$$

$$\lambda_i(\theta) = a_{0i} + a_{1i}\theta + a_{2i}\theta^{1/2}, \quad i = 1..n \quad (3)$$

$$C_i(T) = b_{0i} + b_{1i}T + b_{2i}T^2 + b_{-2}T^{-2}, \quad i = 1..n \quad (4)$$

где $a, a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2, b_{-2}$ – эмпирические коэффициенты, зависящие от природы вещества; $n = 3$ – количество слоев [4].

Шаг 3. Оценка функции источника тепла.

Распределение теплового потока на поверхности района ДМ можно оценить следующим образом:

$$\begin{cases} Q^* = F_0 \int_{-t_0}^{t_0} \left(\sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \sin \frac{2\pi}{P} t \right) \frac{dt}{R^2}; \\ Q^0 = Q^* p_\lambda^m; \\ m = \begin{cases} \frac{1}{\sin(h)} = \operatorname{cosec}(h), & h \geq 30^\circ \\ \frac{53}{h}, & h \leq 30^\circ \end{cases}; \\ Q = Q^0 (1 - (a + bn)n), \end{cases} \quad (5)$$

где Q^* – поток солнечной радиации, приходящий на верхнюю границу атмосферы; $F_0 = 1.88 - 1.98 \text{ кал} \cdot \text{см}^2 / \text{мин}$ – астрономическая солнечная постоянная; $\pm t_0$ – время восхода и захода Солнца, отсчитывая от полудня; $R = r/r_0$ – отношение произвольного и среднего расстояний от Земли до Солнца; φ – широта места наблюдения; δ – угол склонения Солнца; P – период вращения Земли; $\frac{2\pi}{P} t$ – часовой угол; t – время, отсчитываемое от полудня [2]; Q^0 – поток суммарной солнечной радиации, приходящий на поверхность при безоблачном небе; $p_\lambda = \exp(-\alpha_\lambda)$ – средний коэффициент прозрачности атмосферы при безоблачном небе; $\alpha_\lambda \approx 0.2$ – средний коэффициент ослабления солнечной радиации в атмосфере; m – оптическая масса атмосферы; h – высота подъема Солнца; Q – поток суммарной солнечной радиации, приходящий на поверхность, ослабленный облачностью; n – общая облачность (в долях единицы); a, b – эмпирические коэффициенты, зависящие от географической широты места наблюдения ($a \approx 0.4$; $a \approx 0.4$; $b \approx 0.38$ для $\varphi = 50^\circ$) [3].

Распределение потока суммарной солнечной радиации в течение времени ДМ опишем с помощью выражения

$$\Delta Q_j = Q \left(\cos \left(\frac{2\gamma \Delta \tau_j}{\tau} \right) - \cos \left(\frac{2\gamma \Delta \tau_{j-1}}{\tau} \right) \right), \quad (6)$$

где λ – максимальный угол подъема Солнца над горизонтом в течение суток; τ – продолжительность дня; $[\Delta \tau_{j-1}, \Delta \tau_j]$ – временной интервал распределения солнечной радиации $\Delta Q_j, j \in [1, \tau]$ – количество временных отсчетов от восхода Солнца [2, 3].

При этом введем следующее допущение: тепловой поток распределяется по всей площади равномерно, но с разной плотностью в течение времени ДМ. При наличии актинометрических измерений, полученных с помощью пиранометра и балансомера, необходимость в аппроксимации функции плотности теплового потока отпадает.

Шаг 4. Численное решение дифференциального уравнения теплопроводности в частных производных методом конечных элементов с учетом ГУ II – теплового баланса земной поверхности и ГУ IV – сопряжения слоистых сред (1).

3. Экспериментальная апробация

Для экспериментальной апробации представленного выше алгоритма был выбран участок местности с расположенными на нем ложными объектами техники – «объектами-аналогами»:

макет БМП и макет танка под маскировочным комплектом МКТ-2 (рис. 4). Место проведения эксперимента: г. Воронеж (широта места $51^{\circ}40'$ с.ш.), дата проведения: 13-14 октября 2018 года. Съемка производилась: в видимом диапазоне с использованием БПЛА DJI Phantom 4 с установленной на нем штатной ОЭС, в инфракрасном (ИК) диапазоне – ОЭС БПЛА «Гранат-2», установленной на БПЛА мультироторного типа с высоты 200 м. Численный расчет температурных полей представленного на рис. 4 района ДМ производился по его тепловым томограммам (рис. 5) с использованием специального программного обеспечения, разработанного в среде



Рис. 4. Район дистанционного мониторинга с ложными объектами: 1 – макет БМП; 2 – макет танка под маскировочным комплектом МКТ-2

Fig. 4. Remote monitoring area with false objects: 1 – BMP layout; 2 – layout of the tank under the camouflage kit MCT-2

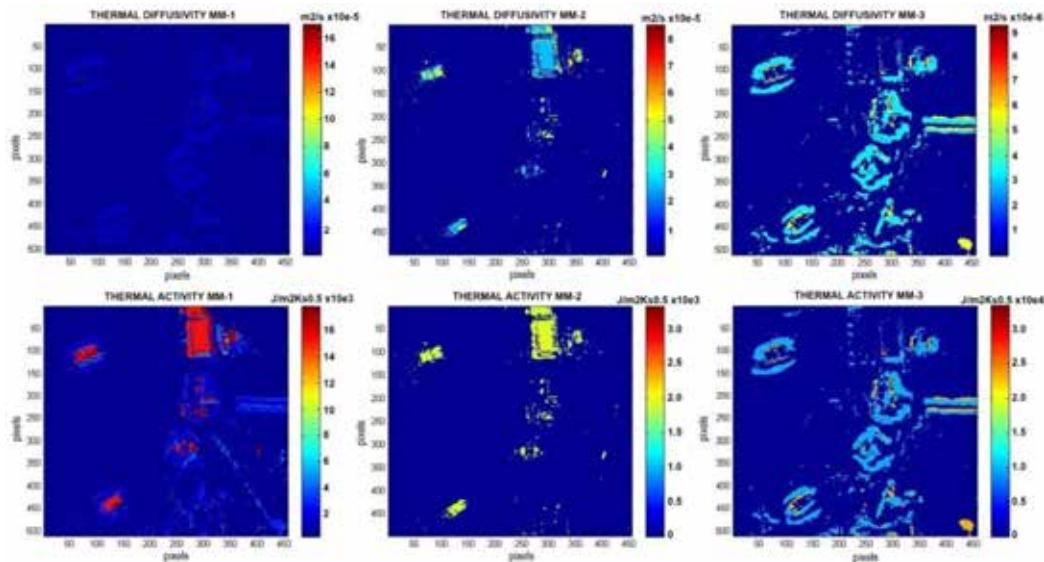


Рис. 5. Распределение теплофизических полей района дистанционного мониторинга: верхний ряд – по теплопроводности; нижний – по тепловой активности

Fig. 5. Distribution of thermal fields in the area of remote monitoring: top row on thermal diffusivity; bottom – thermal activity

Таблица 1. Астрономические и метеорологические условия

Table 1. Astronomical and meteorological conditions

Дата, время	Широта места: 51°40' с.ш.		Склонение Солнца: -7.415°	
	Температура воздуха T_A , °C	Относительная влажность воздуха U , %	Скорость ветра, м/с	Общая облачность
13.10.18 12.00	16.1	51	6	2-3
13.10.18 15.00	18.6	37	5	7-8
13.10.18 18.00	16.0	44	3	7-8
13.10.18 21.00	13.1	51	4	0-1
14.10.18 00.00	10.8	61	3	0-1
14.10.18 03.00	9.0	67	4	0-1
14.10.18 06.00	7.2	76	2	2-3

MATLAB с подключением программного пакета моделирования тепловлагоденоса в пористых неоднородных средах HYDRUS-1D.

Тепловая томограмма района ДМ была получена в результате решения коэффициентной обратной задачи теплопроводности путем совместной обработки многоспектральных изображений в видимом и ИК-диапазонах, сформированных в кубоид изображений [3, 5].

Астрономические и метеорологические условия в районе проведения эксперимента были получены с метеостанции, расположенной в аэропорту Воронеж Чертовицкое и представлены в табл. 1 [6].

Экспериментальные распределения термодинамических температурных полей района ДМ были рассчитаны по методике, описанной в [7] с использованием эталонных материалов. Результаты компьютерного моделирования распределения температурных полей по тепловым томограммам представлены на рис. 6.

Для проверки адекватности применяемых компьютерной модели и алгоритма построения температурных полей покажем значения усредненной невязки по абсолютным значениям температур на объектах, указанных на рис. 4, и относительную погрешность ошибки на всем временном интервале моделирования (рис. 7, 8).

После анализа полученных зависимостей видно, что для рассматриваемых объектов величина относительной погрешности при моделировании их температурных полей на всем протяжении времени моделирования не превышает 4.5 – 5 %, что может свидетельствовать об адекватности применяемых компьютерной модели и алгоритма построения фоноцелевой обстановки районов дистанционного мониторинга.

Вывод

Использование предложенной компьютерной модели и алгоритма построения фоноцелевой обстановки районов дистанционного мониторинга по тепловым томограммам с учетом их географического положения и метеорологических условий позволяет следующее:

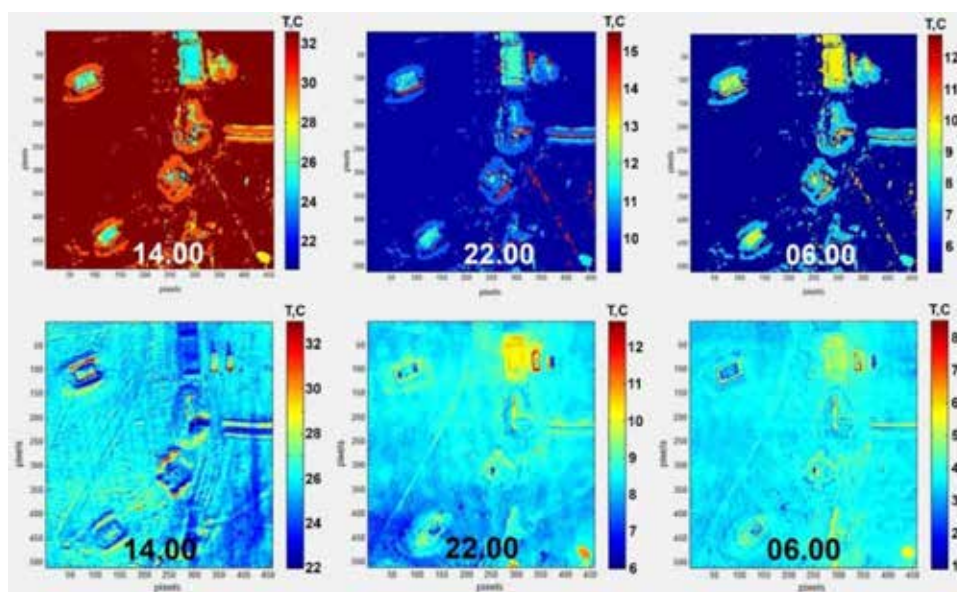


Рис. 6. Пространственное распределение температурных полей района дистанционного мониторинга: верхний ряд – компьютерное моделирование; нижний ряд – эксперимент

Fig. 6. Spatial distribution of temperature fields of remote monitoring area: upper row-computer modeling; lower row – experiment

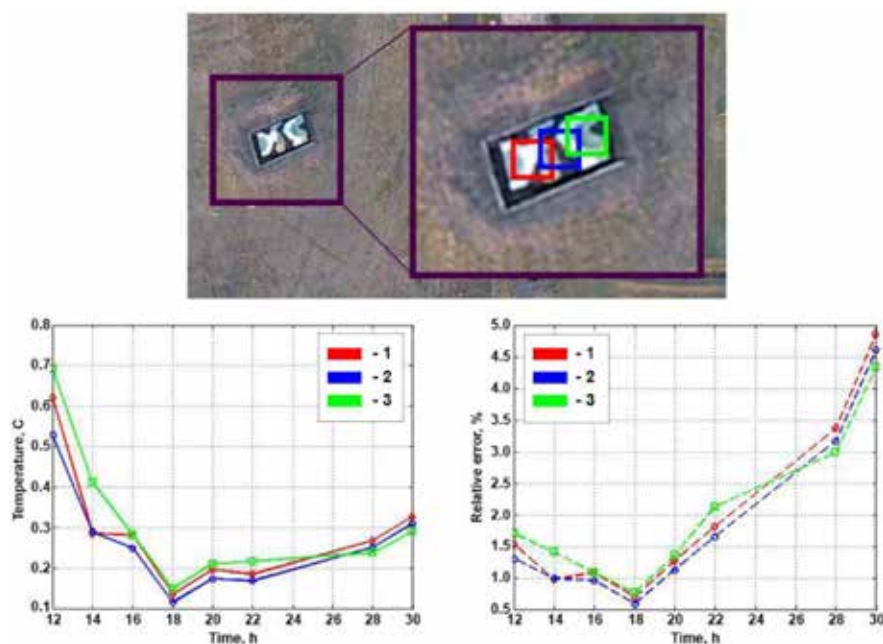


Рис. 7. Динамика изменения усредненной невязки по температуре (слева) и относительной погрешности (справа) моделирования температурных полей объекта «макет БМП» во времени: 1 – пиксель с координатами $x = 71$; $y = 112$; 2 – пиксель с координатами $x = 90$; $y = 99$; 3 – пиксель с координатами $x = 95$; $y = 87$; площадь участка для всех точек $\Delta x = 15$ пикс.; $\Delta y = 15$ пикс.

Fig. 7. Dynamics of changes in the average residual temperature (left) and relative error (right) modeling temperature fields object “layout BMP” in time: 1 – pixel coordinates $x = 71$; $y = 112$; 2 – pixel coordinates $x = 90$; $y = 99$; 3 – pixel coordinates $x = 95$; $y = 87$; plot area for all points $\Delta x = 15$ pixels; $\Delta y = 15$ pixels

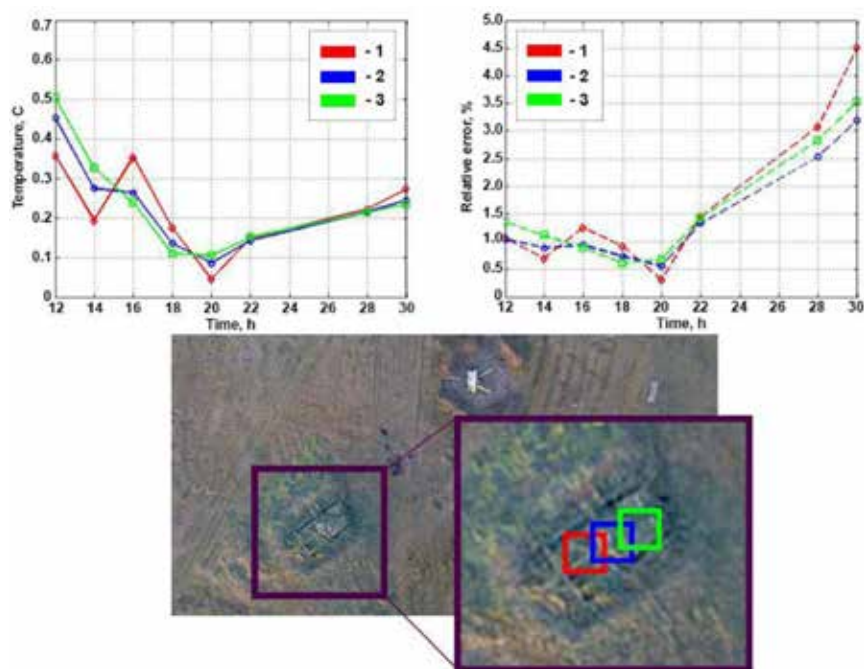


Рис. 8. Динамика изменения усредненной невязки по температуре (слева) и относительной погрешности (справа) моделирования температурных полей объекта «макет танка под маскировочным комплектом MKT-2» во времени: 1 – пиксель с координатами $x = 118$; $y = 444$; 2 – пиксель с координатами $x = 130$; $y = 437$; 3 – пиксель с координатами $x = 138$; $y = 431$; площадь участка для всех точек $\Delta x = 15$ пикс.; $\Delta y = 15$ пикс.

Fig. 8. Dynamics of changes in the average of the residual temperature (left) and relative error (right) simulation of the temperature fields of the object “layout of the tank under the camouflage kit MKT-2” in time: 1 – pixel with coordinates $x = 118$; $y = 444$; 2 – pixel with coordinates $x = 130$; $y = 437$; 3 – pixel with coordinates $x = 138$; $y = 431$; plot size for all points, $\Delta x = 15$ pixels; $\Delta y = 15$ pixels

1. Получать распределения температурных полей «объектов-аналогов» и подстилающих поверхностей районов ДМ по тепловым томограммам в зависимости от их географического положения и метеорологических условий для заданного времени суток.
2. Прогнозировать инфракрасные сигнатуры «объектов-аналогов» и подстилающих поверхностей районов ДМ в зависимости от времени суток, географического положения, а также метеорологических условий.
3. Получать исходные данные (в виде пространственного распределения температурных полей) районов ДМ для дальнейшей оценки динамики изменения вероятностных характеристик распознавания (различения) «объектов-аналогов» на фоне подстилающих поверхностей и определения временных интервалов для наиболее эффективного ведения ДМ при заданных географическом положении и метеорологических условиях.

Благодарности / Acknowledgements

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-08-00053А).

The work was supported by the RFBR grant no. 18-08-00053A.

Список литературы / References

- [1] Ищук И.Н., Филимонов А.М., Постнов К.В., Степанов Е.А., Дмитриев Д.Д. Корреляционная обработка кубоида инфракрасных изображений, получаемых с беспилотных летательных аппаратов. Ч. 2. Метод обработки инфракрасных сигнатур эталонных объектов на основе численного решения нелинейной задачи теплообмена. *Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии*, 2016, 9(3), 376-384 [Ishchuk I.N., Filimonov A.M., Postnov K.V., Stepanov E.A., Dmitriev D.D. Correlation processing of cuboid infrared images obtained from unmanned aerial vehicles. Part 2. Method of processing infrared signatures of reference objects on the basis of numerical solution of nonlinear heat transfer problem, *Journal of Siberian Federal University, Engineering and technologies*, 2016, 9(3), 376-384 (in Russian)].
- [2] Ищук И.Н., Долгов А.А., Бебенин А.А., Панов С.А. Расчет пространственного распределения температурных полей при дистанционном мониторинге поверхности территорий с беспилотного летательного аппарата. *Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии*, 2018, 11(3), 273-279 [Ishchuk I.N., Dolgov A.A., Bebenin A.A., Panov S.A. Calculation of spatial distribution of temperature fields at remote monitoring of the territory surface from unmanned aerial vehicle, *Journal of Siberian Federal University, Technics and technologies*, 2018, 11(3), 273-279 (in Russian)].
- [3] Ищук И.Н., Долгов А.А. Способ классификации техногенных объектов на основе построения многослойных тепловых томограмм, *Сборник трудов ИТНТ-2019 по материалам V международной конференции и молодежной школы «Информационные технологии и нанотехнологии»*, 21-24 мая 2019 г., Самара, 2019, 610-619 [Ishchuk I.N., Dolgov A.A. The method of classification of technogenic objects on the basis of multilayer thermal tomography, *Proceedings of ITNT-2019 according to the materials of the V international conference and young scientists school "Information technology and nanotechnology"*, may 21-24, 2019, Samara, 2019, 610-619 (in Russian)].
- [4] Šimůnek J. *The HYDRUS-1D Software Package for Simulating the One-Dimensional Movement of Water, Heat, and Multiple Solutes in Variably-Saturated Media. Version 3.0*/J.Šimůnek, M.Th. van Genuchten, M. Šejna. California: Preprint Department of environmental sciences university of California riverside, 2005. P. 270.
- [5] Ищук И.Н., Филимонов А.М., Долгов А.А., Степанов Е.А., Тяпкин В.Н. Алгоритм совместной обработки многоспектральных изображений по данным воздушной съемки с беспилотных летательных аппаратов, *Промышленные АСУ и контроллеры*, 2018, 10, 27-34 [Ishchuk I.N., Filimonov A.M., Dolgov A.A., Stepanov E.A., Tyapkin V.N. Algorithm of joint processing of multispectral images according to aerial survey data from unmanned aerial vehicles, *Industrial ACS and controllers*, 2018, 10, 27-34 (in Russian)].
- [6] Архив погоды в Воронеже [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://rp5.ru/Архив_погоды_в_Воронеже – Заглавие с экрана. [Weather archive in Voronezh [Electronic resource] – Access: http://rp5.ru/Архив_погоды_в_Воронеже].
- [7] Ищук И.Н., Долгов А.А., Филимонов А.М., Дмитриев Д.Д. Методика оценки динамики изменения вероятностных характеристик распознавания объектов воздушной разведки. *Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии*, 2019, 12(6), 683-693 [Ishchuk I.N., Dolgov A.A., Filimonov A.M., Dmitriev D.D. Technique of estimation of dynamics of change of probabilistic characteristics of recognition of objects of aerial reconnaissance, *Journal of the Siberian Federal University, Technics and technologies*, 2019, 12(6), 683-693 (in Russian)].

DOI: 10.17516/1999-494X-0227

УДК 621.396.96

Estimation of Parameters of Signal Mixture with Noise Based on Monitoring Outputs of the Multichannel Device of Orthogonal Signals Distinction at Coherent Reception

**Sergey B. Zhironkin^a, Alexander A. Bliznyuk^a,
Andrey A. Pshenitsyn^a and Igor V. Lyutikov^{*b}**

*^aMilitary Academy of Aero-Space Defence
named after the Marshal of Soviet Union G.K. Zhukov
Tver, Russian Federation*

*^bSiberian Federal University
Krasnoyarsk, Russian Federation*

Received 01.09.2019, received in revised form 17.11.2019, accepted 21.01.2020

***Abstract.** Mathematical expressions for optimal and quasi-optimal estimations of signal/noise relation and spectral density of noise capacity, based on monitoring outputs of the coherent multichannel device of distinction of orthogonal signals have been received. It was found that, by means of processing outputs of channels in multichannel devices of distinction of orthogonal signals, one can make almost implementable quasi-optimal estimations of signal/noise relation or noise parameters with rather high accuracy.*

***Keywords:** signal/noise relation, orthogonal signals, spectral density of noise capacity, optimal coherent reception.*

Citation: Zhironkin S.B., Bliznyuk A.A., Pshenitsyn A.A., Lyutikov I.V. Estimation of parameters of signal mixture with noise based on monitoring outputs of the multichannel device of orthogonal signals distinction at coherent reception, J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2020, 13(3), 361-369. DOI: 10.17516/1999-494X-0227

© Siberian Federal University. All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).

* Corresponding author E-mail address: lyutikovigor@mail.ru

Оценка параметров смеси сигнала с шумом по наблюдению выходов многоканального устройства различения ортогональных сигналов при когерентном приеме

**С.Б. Жиронкин^а, А.А. Близнюк^а,
А.А. Пшеницын^а, И.В. Лютиков^б**

*^аВоенная академия воздушно-космической обороны
им. Маршала Советского Союза Г.К. Жукова
Российская Федерация, Тверь*

*^бСибирский федеральный университет
Российская Федерация, Красноярск*

Аннотация. Получены математические выражения для оптимальных и квазиоптимальных оценок отношения сигнал/шум и спектральной плотности мощности шума, формируемых по наблюдению выходов когерентного многоканального устройства различения ортогональных сигналов. Установлено, что, обрабатывая выходы каналов в многоканальных устройствах различения ортогональных сигналов, можно формировать практически реализуемые квазиоптимальные оценки отношения сигнал/шум или параметров шума с достаточно высокой точностью.

Ключевые слова: отношение сигнал/шум, ортогональные сигналы, спектральная плотность мощности шума, оптимальный когерентный прием.

Цитирование: Жиронкин, С.Б. Оценка параметров смеси сигнала с шумом по наблюдению выходов многоканального устройства различения ортогональных сигналов при когерентном приеме / С.Б. Жиронкин, А.А. Близнюк, А.А. Пшеницын, И.В. Лютиков // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2020. 13(3). С. 361-369. DOI: 10.17516/1999-494X-0227

Введение

Оценки отношения сигнал/шум и (или) параметров шума необходимы для эффективной работы многих алгоритмов мягкого декодирования, управления мощностью и выделения ресурсов, реализуемых в телекоммуникационных системах [1]. Особую актуальность подобные задачи имеют для каналов с импульсными шумовыми помехами, когда сигнально-помеховая обстановка нестационарна: импульсы (символы, элементы сигнально-кодовой конструкции) принимаются на фоне шума с изменяющимися параметрами [2].

Обычно оценки отношения сигнал/шум и (или) параметров шума формируются в результате обработки последовательных временных отсчетов смеси сигнала с шумом [1], при этом могут использоваться специальные измерительные каналы [3]. В многоканальных устройствах различения ортогональных сигналов необходимую входную статистику (наблюдение) можно снять в один момент времени с выходов каналов и оценить отношение сигнал/шум и (или) параметры шума без использования специальных измерительных каналов.

Цель работы – получение математических выражений для оптимальных и квазиоптимальных оценок отношения сигнал/шум и спектральной плотности мощности шума, формируемых по наблюдению выходов когерентного многоканального устройства различения ортогональ-

ных сигналов, определение точности оценок методом компьютерного имитационного статистического моделирования.

Оценка отношения сигнал/шум

При оптимальном когерентном приеме в каждом канале устройства различения сигналов находится коррелятор или согласованный фильтр, на их выходах формируются корреляционные интегралы, которые можно представить в виде

$$q_i = \frac{2}{N} \int_0^T \xi(t) s_i(t) dt,$$

где $\xi(t) = s_j(t) + n(t)$ – смесь принимаемого сигнала с белым гауссовским шумом с односторонней спектральной плотностью N [4].

Величины q_i имеют гауссовское распределение. При различении ортогональных сигналов q_i статистически независимы, их математическое ожидание равно нулю при $i \neq j$, а при $i = j$ – отношению сигнал/шум $Q = \frac{2E}{N}$, где E – энергия сигнала. Дисперсия q_i также равна Q .

Обрабатывая совокупность q_i , $i = \overline{1, M}$, M – количество каналов в устройстве различения (количество различаемых сигналов), можно получить оценку Q , не выделяя для этого специальный измерительный канал.

Известно решение классической задачи оценки по максимуму правдоподобия математического ожидания и дисперсии гауссовской случайной величины по независимой выборке [5]. Особенностью рассматриваемой задачи является то, что математическое ожидание и дисперсия равны друг другу (функция правдоподобия зависит не от двух, а от одного параметра Q), причем математическое ожидание отлично от нуля только в одном канале, а номер этого канала неизвестен (оценивается в процессе решения задачи различения).

С учетом перечисленных особенностей наблюдение в рассматриваемой задаче может быть представлено в следующем виде:

$$q_i = \delta_{ij}Q + \sqrt{Q} \cdot n_i; i = \overline{1, M},$$

где δ_{ij} – символ Кронекера; i – номер канала в устройстве различения; j – номер принимаемого сигнала, оцениваемый в процессе решения задачи различения; n_i – независимые стандартные (с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией) гауссовские случайные величины.

Функция правдоподобия неизвестных величин Q и j равна

$$p(q_1, q_2, \dots, q_M | Q, j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi Q}} \exp\left(-\frac{(q_j - Q)^2}{2Q}\right) \prod_{i=1(i \neq j)}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi Q}} \exp\left(-\frac{q_i^2}{2Q}\right). \quad (1)$$

Функцию правдоподобия интересующего нас параметра Q находят из (1) известным способом:

$$L(Q) = p(q_1, q_2, \dots, q_M | Q) = \sum_{j=1}^M p(q_1, q_2, \dots, q_M | Q, j) P(j).$$

Применяя этот способ, получим

$$L(Q) = p(q_1, q_2, \dots, q_M | Q, \hat{j})(1 - P_e(Q)) + \frac{P_e(Q)}{M-1} \sum_{j=1(j \neq \hat{j})}^M p(q_1, q_2, \dots, q_M | Q, j),$$

где $\hat{j}$ – оценка номера принимаемого сигнала (результат решения задачи различения); $P_e(Q)$ – вероятность ошибки при различении сигналов.

При когерентном приеме [4]

$$P_e(Q) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}(x - \sqrt{Q})^2\right] \Phi^{M-1}(x) dx,$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$ – интеграл вероятности.

Уравнение, определяющее оптимальную по критерию максимума правдоподобия оценку Q , имеет вид

$$\frac{d}{dQ} \ln L(Q) = 0.$$

Проще найти выражение для квазиоптимальной оценки при малых значениях $P(Q) \ll 1$. В этом случае $L(Q) \approx p(q_1, q_2, \dots, q_M | Q, \hat{j})$ при

$$p(q_1, q_2, \dots, q_M | Q, \hat{j}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi Q}} \exp\left(-\frac{(q_{\hat{j}} - Q)^2}{2Q}\right) \prod_{i=1(i \neq \hat{j})}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi Q}} \exp\left(-\frac{q_i^2}{2Q}\right).$$

Квазиоптимальную оценку Q находим из уравнения

$$\frac{d}{dQ} \ln p(q_1, q_2, \dots, q_M | Q, \hat{j}) = 0.$$

После логарифмирования и взятия производной уравнение принимает вид

$$-\frac{M}{2Q} + \frac{1}{2Q^2} \sum_{i=1(i \neq \hat{j})}^M q_i^2 + \frac{1}{2Q^2} (q_{\hat{j}} - Q)^2 + \frac{1}{Q} (q_{\hat{j}} - Q) = 0.$$

В результате дальнейших преобразований приходим к приведенному квадратному уравнению

$$Q^2 + MQ - \sum_{i=1}^M q_i^2 = 0.$$

Корнями этого уравнения являются

$$\hat{Q}_{1,2} = -\frac{M}{2} \pm \sqrt{\frac{M^2}{4} + \sum_{i=1}^M q_i^2}.$$

Физический смысл имеет только первый корень, определяющий квазиоптимальную оценку отношения сигнал/шум:

$$\hat{Q} = -\frac{M}{2} + \sqrt{\frac{M^2}{4} + \sum_{i=1}^M q_i^2}. \quad (2)$$

В соответствии с полученным выражением алгоритм формирования квазиоптимальной оценки инвариантен относительно результата решения задачи различения $\hat{j}$: выходы $\hat{q}_i$ всех каналов используют равнозначно, $\hat{q}_{\hat{j}}$ среди остальных выходов не выделяют.

Оценка спектральной плотности мощности шума

При неизвестной спектральной плотности шума корреляционные интегралы, формируемые в процессе оптимального когерентного приема, представляются следующим образом:

$$q_i = \int_0^T \xi(t) s_i(t) dt.$$

Величины q_i имеют гауссовское распределение. При различении ортогональных сигналов величины q_i статистически независимы, их математическое ожидание равно нулю при $i \neq j$, а

при $i = j$ – энергии сигнала E (предполагается, что она известна). Дисперсия q равна $\frac{NE}{2}$ [4].

Наблюдение в рассматриваемой задаче может быть представлено в следующем виде:

$$q_i = \delta_{ij}E + \sqrt{\frac{NE}{2}} \cdot n_i; i = \overline{1, M},$$

где δ_{ij} – символ Кронекера; i – номер канала в устройстве различения; j – номер принимаемого сигнала, оцениваемый в процессе решения задачи различения; n – независимые стандартные гауссовские случайные величины.

Функция правдоподобия неизвестных величин N и j равна

$$p(q_1, q_2, \dots, q_M | N, j) = \frac{1}{\sqrt{\pi NE}} \exp\left(-\frac{(q_j - E)^2}{NE}\right) \prod_{i=1(i \neq j)}^M \frac{1}{\sqrt{\pi NE}} \exp\left(-\frac{q_i^2}{NE}\right),$$

а функция правдоподобия интересующего нас параметра N –

$$\begin{aligned} L(N) &= p(q_1, q_2, \dots, q_M | N) = \sum_{j=1}^M p(q_1, q_2, \dots, q_M | N, j) P(j) = \\ &= p(q_1, q_2, \dots, q_M | N, \hat{j}) (1 - P_e(N)) + \frac{P_e(N)}{M-1} \sum_{j=1(j \neq \hat{j})}^M p(q_1, q_2, \dots, q_M | N, j), \end{aligned}$$

где $P_e(N)$ – вероятность ошибки при когерентном различении сигналов:

$$P_e(N) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(x - \sqrt{\frac{2E}{N}}\right)^2\right] \Phi^{M-1}(x) dx.$$

Уравнение, определяющее оптимальную по критерию максимума правдоподобия оценку N , имеет вид

$$\frac{d}{dN} \ln L(N) = 0.$$

Выражение для квазиоптимальной оценки получим, как и в предыдущей задаче оценивания отношения сигнал/шум, в предположении о малой величине $P_e(N)$. В этом случае $L(N) \approx p(q_1, q_2, \dots, q_M | N, \hat{j})$ при

$$p(q_1, q_2, \dots, q_M | N, \hat{j}) = \frac{1}{\sqrt{\pi NE}} \exp\left(-\frac{(q_{\hat{j}} - E)^2}{NE}\right) \prod_{i=1(i \neq \hat{j})}^M \frac{1}{\sqrt{\pi NE}} \exp\left(-\frac{q_i^2}{NE}\right).$$

Квазиоптимальную оценку N находим из уравнения

$$\frac{d}{dN} \ln p(q_1, q_2, \dots, q_M | N, \hat{j}) = 0.$$

Решение уравнения имеет вид

$$\hat{N} = \frac{2 \left(E - 2q_{\hat{j}} + \frac{1}{E} \sum_{i=1}^M q_i^2 \right)}{M}. \quad (3)$$

Такое же выражение можно получить, воспользовавшись известным результатом решения классической задачи оценки по максимуму правдоподобия дисперсии D гауссовской случайной величины по независимой выборке [5] с учетом того, что выход одного из каналов (предполагаем с номером $\hat{j}$) имеет отличное от нуля математическое ожидание, равное E :

$$\hat{N} = \frac{2}{E} \hat{D} = \frac{2}{E} \frac{(q_{\hat{j}} - E)^2 + \sum_{i=1(i \neq \hat{j})}^M q_i^2}{M}.$$

Отсюда легко выводим (3).

В соответствии с (3) алгоритм формирования квазиоптимальной оценки спектральной плотности шума зависит от результата решения задачи различения $\hat{j}$: помимо суммы выходов q_i всех каналов отдельно используют $q_{\hat{j}}$.

Результаты компьютерного моделирования

Точность алгоритмов формирования квазиоптимальных оценок отношения сигнал/шум и спектральной плотности шума была определена по результатам компьютерного имитационного статистического моделирования, представленного в виде графиков на рис. 1–3. По вертикальной оси на графиках нормированное (к истинному значению оцениваемого параметра) значение среднеквадратической ошибки.

На графиках рис. 1-3 видно, что, обрабатывая выходы каналов в многоканальных устройствах различения ортогональных сигналов, можно формировать практически реализуемые квазиоптимальные оценки отношения сигнал/шум или параметров шума с достаточно высокой точностью (при оценке спектральной плотности мощности шума, не зависящей ни от отношения сигнал/шум, ни от самой спектральной плотности). При увеличении объема ансамбля ортогональных сигналов точность оценок параметров смеси сигнала с шумом повышается: при $M \geq 128$ среднеквадратическая ошибка снижается ниже уровня 10–15 % от истинного значения параметра.

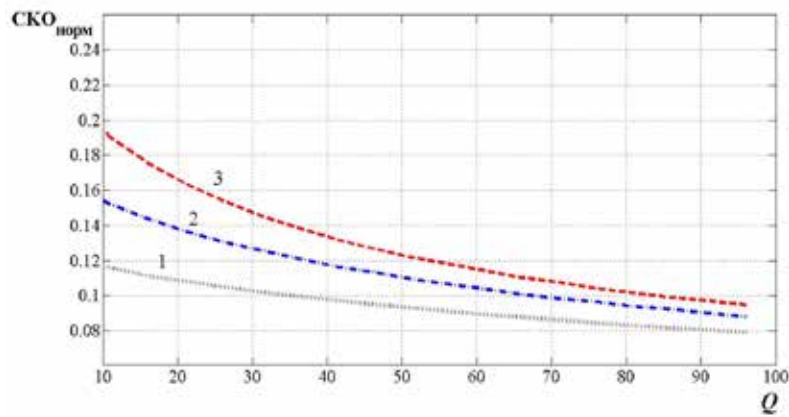


Рис. 1. Зависимость нормированного значения среднеквадратической ошибки оценки отношения сигнал/шум от его истинного значения: 1 – для $M = 128$; 2 – для $M = 64$; 3 – для $M = 32$

Fig. 1. Dependence of normirovanny value of a srednekvadratichesky error of an assessment of the relation signal/noise from its true value: 1 – for $M = 128$; 2 – for $M = 64$; 3 – for $M = 32$

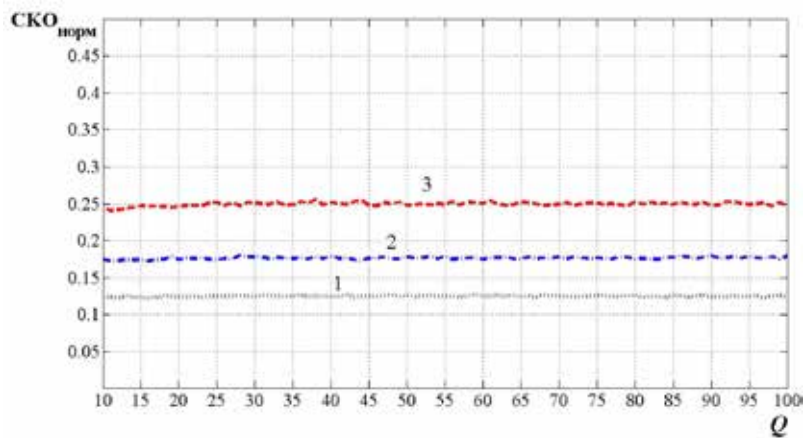


Рис. 2. Зависимость нормированного значения среднеквадратической ошибки оценки спектральной плотности шума от отношения сигнал/шум при фиксированном значении энергии сигнала: 1 – для $M = 128$; 2 – для $M = 64$; 3 – для $M = 32$

Fig. 2. Dependence of normirovanny value of a srednekvadratichesky error of an assessment of spectral density of noise on the relation signal/noise at the fixed value of energy of a signal: 1 – for $M = 128$; 2 – for $M = 64$; 3 – for $M = 32$

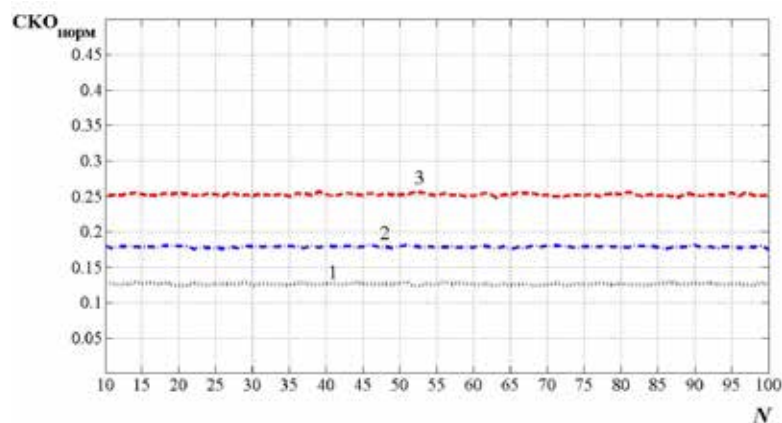


Рис. 3. Зависимость нормированного значения среднеквадратической ошибки оценки спектральной плотности шума от ее истинного значения при $Q = 10$: 1 – для $M = 128$; 2 – для $M = 64$; 3 – для $M = 32$

Fig. 3. Dependence of normirovanny value of a srednekvadratchesky error of an assessment of spectral density of noise on its true value at $Q = 10$: 1 – for $M = 128$; 2 – for $M = 64$; 3 – for $M = 32$

Заключение

Таким образом, получены математические выражения для оптимальных и квазиоптимальных оценок отношения сигнал/шум и спектральной плотности мощности шума, формируемых по наблюдению выходов когерентного многоканального устройства различения ортогональных сигналов. Установлено, что, обрабатывая выходы каналов в многоканальных устройствах различения ортогональных сигналов, можно формировать практически реализуемые квазиоптимальные оценки отношения сигнал/шум или параметров шума с достаточно высокой точностью. Эти оценки могут быть использованы для эффективной работы многих алгоритмов мягкого декодирования, управления мощностью и выделения ресурсов, реализуемых в телекоммуникационных системах. При увеличении объема ансамбля ортогональных сигналов точность оценки параметров смеси сигнала с шумом повышается, поэтому помехоустойчивость мягкого декодирования также должна повышаться. Это является дополнительным (к известным положениям [3, 4]) обоснованием целесообразности увеличения объема ансамбля ортогональных сигналов.

Список литературы / References

- [1] Мелентьев О.Г., Шевнина И.Е. Модификация алгоритма оценки отношения сигнал/шум. *Вестник СибГУТИ*, 2018, 2, 3–7 [Melentyev O.G., Shevnina I.E. Updating of algorithm of an assessment of the relation signal/noise, *Vestnik SibGUTI*, 2018, 2, 3–7 (in Russian)].
- [2] Жиронкин С.Б., Близняк А.А., Кучин А.А. Помехоустойчивость запросного канала опознавания с широкополосными сигналами и корректирующими кодами в условиях импульсных шумовых и внутрисистемных помех. *Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии*, 2019, 12 (6), 673–682 [Zhironkin S.B., Bliznuk A.A., Kuchin A.A. A noise stability of the request channel of an identification with broadband signals and correcting codes in the conditions of pulse noise and intersystem hindrances, *Journal*

of Siberian Federal University. Engineering and technologies, 2019, 12 (6), 673–682 (in Russian)].

[3] Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985, 384 с. [Varakin L.E. *Communication systems with noise-type signals*. М.: Radio i svyaz, 1985, 384 p. (in Russian)].

[4] Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983, 320 с. [Tikhonov V.I. *Optimum reception of signals*. М.: Radio i svyaz, 1983, 320 p. (in Russian)].

[5] Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с. [Tikhonov V.I. *Statistical radio engineering*. М.: Radio i svyaz, 1982, 624 p. (in Russian)].

DOI: 10.17516/1999-494X-0229

УДК 621.396.7

Software and Hardware Simulation of Radar System Signals of the Vertical Sounding

**Evgeniy N. Garin^a, Vasiliy N. Ratushnyak^a,
Andrey B. Gladyshev^a and Dmitriy I. Smirnov^{*b}**

*^aSiberian Federal University
Krasnoyarsk, Russian Federation*

*^bNational Research University
of Electronic Technology
Moscow, Russian Federation*

Received 18.02.2020, received in revised form 28.02.2020, accepted 11.03.2020

Abstract. The article deals with the main requirements for the structure of radar signals, the features of their formation, and the software and hardware radar signal complex of the vertical atmospheric sounding. The hardware radar implementation based on the PXI modules made by National Instruments and Keysight is given. The software LabVIEW model performing formation and generation of radar pulses with different types of phase and amplitude phase modulation and their spectral analysis are presented.

Keywords: sensing system of vertical sounding, Doppler radar, vertical sounding radar signal, wind profilometer, atmospheric inhomogeneities, small-size antenna array.

Citation: Garin E.N., Ratushnyak V.N., Gladyshev A.B., Smirnov D.I. Software and hardware simulation of radar system signals of the vertical sounding, J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2020, 13(3), 370-378. DOI: 10.17516/1999-494X-0229

© Siberian Federal University. All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).

* Corresponding author E-mail address: oborona-81@ya.ru

Программное и аппаратное моделирование радиолокационных сигналов РЛС вертикального зондирования

**Е.Н. Гарин^а, В.Н. Ратушняк^а,
А.Б. Гладышев^а, Д.И. Смирнов^б**

*^аСибирский федеральный университет
Российская Федерация, Красноярск*

*^бНациональный исследовательский университет
«Московский институт электронной техники»
Российская Федерация, Москва*

Аннотация. В статье рассмотрены основные требования к структуре радиолокационных сигналов (РЛС), особенности их формирования и программно-аппаратный комплекс РЛС вертикального зондирования атмосферы. Приведены аппаратная реализация РЛС на базе модулей PXI производства National Instruments и Keysight и программная модель LabVIEW, осуществляющие формирование и генерацию радиолокационных импульсов с различными видами фазовой, амплитудно-фазовой модуляции, а также их спектральный анализ.

Ключевые слова: радиолокационная станция вертикального зондирования, доплеровский радар, РЛСВЗ, ветровой профилометр, атмосферные неоднородности, малоразмерная антенная решетка.

Цитирование: Гарин, Е.Н. Программное и аппаратное моделирование радиолокационных сигналов РЛС вертикального зондирования / Е.Н. Гарин, В.Н. Ратушняк, А.Б. Гладышев, Д.И. Смирнов // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2020. 13(3). С. 370-378. DOI: 10.17516/1999-494X-0229

Введение

Анализ состояния атмосферы является важнейшей задачей в области метеорологии. Информация о скорости и направлении ветра на разных высотах, величине турбулентности и атмосферном приливе необходима для обеспечения безопасности полетов авиации, а также безаварийного движения наземных и морских транспортных средств. В настоящее время для получения информации о динамике атмосферных движений используют сеть метеорологических станций, которые определяют стандартные метеорологические показатели у поверхности Земли. Для объектов особой важности (аэропорты, морские порты, научные консерватории) и особых зон экологического мониторинга, где необходимы комплексные исследования параметров нейтральной атмосферы до высот 100 км, включая трехмерный вектор скорости турбулентностей, мезосферные «серебристые» облака, а также электронную концентрацию ионосферы, необходимо использовать радиолокационные станции вертикального зондирования (мезосфера-стратосфера-тропосфера-радар), основанные на Френелевском и Брэгговском рассеянии от турбулентных образований, и отражения электромагнитных волн в различных слоях атмосферы. Временное положение отраженного сигнала и сдвиг по частоте, обусловленный эффектом Доплера, дают точную информацию о высоте и скорости перемещения атмосферных неоднородностей. Вместе с этим при разработке радиолокационной станции вертикального зондирования (РЛСВЗ) атмосферы возникает комплексная задача выбора частотно-кодовой структуры радиолокационных

сигналов, построения в целом структуры и антенной системы РЛСВЗ. Перспективным подходом в обработке сигналов с низким отношением сигнал/шум в приложении к радиолокационной станции вертикального зондирования является применение специальных зондирующих сигналов и сложных шумоподобных сигналов (коды Баркера, М-последовательности), а также «смычки» сигналов с различными законами модуляции для компенсации боковых лепестков автокорреляционной функции при их последующей обработке [1–3].

Программная реализация радиолокационных сигналов РЛСВЗ

Разработка компактных радиолокационных станций вертикального зондирования с фазированной малоэлементной решеткой обусловлена их низкой стоимостью, энергопотреблением, высокой мобильностью и требует решения серьезных проблем, связанных, прежде всего, с уменьшением энергетического потенциала из-за общего снижения отношения сигнал/шум на входе приемника, за счет уменьшения апертуры антенны и уменьшения числа передающих модулей. Указанное обстоятельство не позволяет применять стандартные алгоритмы подавления отражений от местных предметов и выделения на их фоне полезных сигналов. В подобных условиях наиболее перспективными методами считают адаптивную компенсацию мешающих сигналов с использованием череспериодных автокомпенсаторов или, с учетом достаточно низкой динамики принимаемых зондирующих сигналов, составление «карты местных предметов» [4, 5].

Одним из наиболее перспективных подходов к вопросу улучшения разрешающей способности радиолокационной станции вертикального зондирования при уменьшении размеров антенной решетки является использование многочастотных сигналов. В этом случае сигнал с меньшей частотой служит для устранения побочных интерференционных максимумов диаграммы направленности и разрешения фазовой неоднозначности сигнала на более высокой частоте. Основные проблемы, возникающие при реализации подобного подхода, – обеспечение когерентности сигналов и идентичности высокочастотного тракта на различных частотах. Когерентность сигналов можно обеспечить формированием многочастотных сигналов при использовании стандарта частоты и времени в качестве опорного генератора. Идентичность высокочастотного тракта на разных частотах обеспечивается применением специально разработанных СВЧ-элементов с улучшенными характеристиками – фазочастотной, группового времени запаздывания, а также высокоточной калибровкой тракта. Таким образом, применение этих подходов позволит реализовать гибкое управление диаграммой направленности и работать как в режиме пространственно-разнесенных антенн, так и в режиме доплеровского качающегося луча.

Для решения задач вертикального зондирования атмосферы и непосредственно формирования сигналов радиопередающим устройством совместно с малоэлементной фазированной антенной решеткой необходимо рассмотреть следующие требования к функциональным возможностям РЛСВЗ:

1. Обеспечение формирования сетки рабочих частот в диапазоне 40-60 МГц с шагом 20 кГц.
2. Обеспечение формирования на выходе задающего генератора различных радиоимпульсов с длительностью от 1 до 50 мкс, с периодом следования от 20 мкс до 60 мс:

- прямоугольный одиночный импульс;
- одиночный импульс с гауссовской формой огибающей;
- одиночный импульс с модифицированной гауссовской формой огибающей;
- пакет импульсов в виде дополнительного кода;
- пакет импульсов в виде кода Баркера, Голда и др.

3. Усилитель мощности должен обеспечивать неискаженное усиление радиоимпульсов, поступающих с выхода возбуждателя.

4. Выходная мощность в импульсе не менее 1 кВт, средняя мощность определяется параметрами радиоимпульсов на входе.

5. Коэффициент стоячей волны нагрузки на выходе усилителя мощности менее 2,5.

6. Обеспечение возможности фазовых задержек в каждом канале малоэлементной решетки для электронного сканирования атмосферы.

На текущий момент для формирования радиолокационных сигналов с определенным видом модуляции в основном используют задающие векторные генераторы сигналов, для которых модулирующая последовательность формируется путем считывания из памяти или в реальном масштабе времени. Процесс формирования радиолокационного сигнала заключается в создании квадратурных составляющих, закон изменения во времени которых соответствует заданному виду модуляции.

Принцип генерации зондирующих сигналов заключается в следующем. ПЛИС вырабатывает цифровой код синфазной $I(t)$ и квадратурной $Q(t)$ составляющих зондирующего сигнала, этот код формируется по алгоритму, заданному в специальном программном модуле (subvi) LabVIEW или Matlab, что обеспечивает максимальную гибкость генерации заданных сигналов при программировании. Цифровой код сформированного сигнала переводится в аналоговый сигнал цифроаналоговым преобразователем (ЦАП). Синфазная и квадратурная составляющие аналогового сигнала с выхода ЦАП фильтруются фильтром низкой частоты (ФНЧ) и поступают на вход генератора сигналов произвольной формы. В векторном генераторе сигналов используется прямой перенос сигналов из основной полосы в радиочастотный диапазон. На его входы поступают синфазная и квадратурная составляющие модулирующей последовательности импульсного сигнала и непрерывный ВЧ-сигнал на несущей частоте с высокочастотного генератора, и далее с выхода сформированный импульсный ВЧ-сигнал идет на усилитель мощности.

Основой формирования цифрового кода модулирующей последовательности является ПЛИС. Использование CORDIC-процессора, который по аппаратным ресурсам идентичен конвейерному процессору и работает в режиме вращения, в то же время позволяет получить сразу квадратурные составляющие псевдослучайной последовательности навигационного сигнала $I(t)$ и $Q(t)$ [6].

CORDIC-процессор работает в соответствии с выражением

$$\begin{aligned}x^{(i+1)} &= x^{(i)} - d_i y^{(i)} 2^{-i}, \\y^{(i+1)} &= y^{(i)} + d_i x^{(i)} 2^{-i}, \\z^{(i+1)} &= z^{(i)} - d_i \tan^{-1} 2^{-i},\end{aligned}\tag{1}$$

где $x = \cos(z)$; $y = \sin(z)$; z – целевой угол; $d \in \{-1, 1\}$.

Существует несколько основных архитектур ПЛИС, каждая из которых имеет преимущество либо по скорости работы, либо по простоте реализации. При разработке вычислительных архитектур, работающих на частотах 100–200 МГц, необходима конвейеризация вычислений. Несмотря на то что конвейерная архитектура имеет большие накладные расходы на выравнивание задержек вычислительных блоков, ее использование оправдано при обработке и преобразовании сигналов при решении радиолокационных задач. Для ускорения вычислений угла вращения вектора сигнала предварительно рассчитывают промежуточные значения $\tan^{-1}2^{-i}$ и сохраняют в регистрах. На каждой итерации проверяется знак промежуточного значения угла, далее выбирается приращение угла на следующей итерации конвейера. Конвейерная реализация позволяет вычислять значения $I(t)$ и $Q(t)$ за один такт и способна работать на частоте более 100 МГц.

Гибкая программная архитектура LabVIEW дает возможность запрограммировать в ПЛИС необходимый вид и модуляцию радиолокационных сигналов (BPSK, QPSK, QAM и другие модуляции) и далее произвести автоматическую компиляцию кода *vi* LabVIEW в VHDL для реализации логики ПЛИС (рис. 1, 2).

Вместе с этим данная программная архитектура позволяет изменять все параметры генерируемых радиолокационных сигналов: длительность импульса, частоту, период повторения, вид модуляции, базу сигнала (рис. 3, 4).

Аппаратная реализация радиолокационных сигналов РЛСВЗ

Для сокращения времени и стоимости разработки аппаратной реализации целесообразно использовать ряд существующих модульных элементов оборудования. Например, модули PXI производства National Instruments, Keysight, такие как векторные генераторы, анализато-

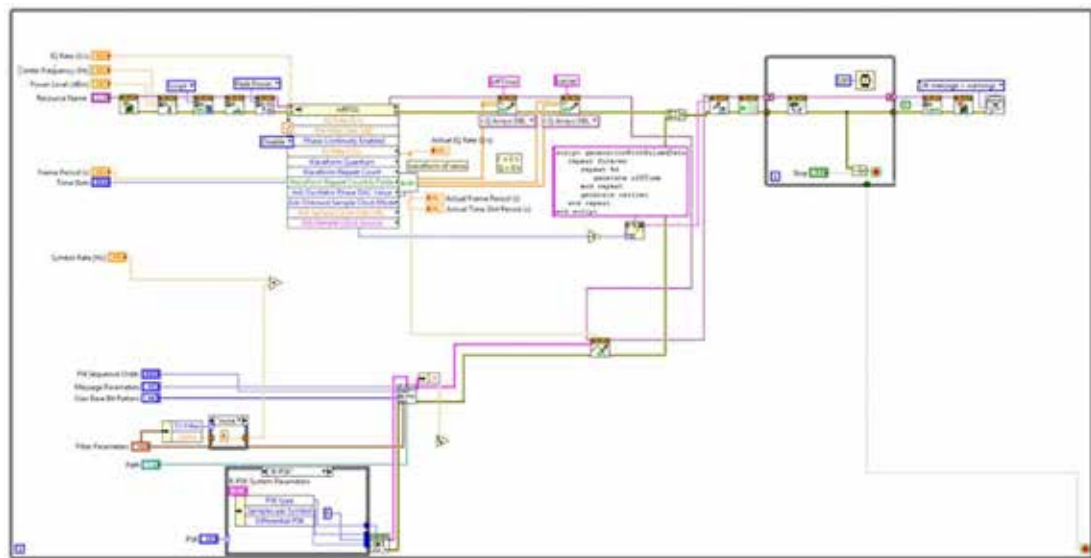


Рис. 1. LabVIEW VI блок-диаграмма формирования радиолокационного сигнала РЛСВЗ

Fig. 1. LabVIEW VI block diagram formation of radar signal of the vertical sensing radar



Рис. 2. LabVIEW VI фронт-панель управления сигналом РЛСВЗ

Fig. 2. LabVIEW VI front panel signal management of the vertical sensing radar

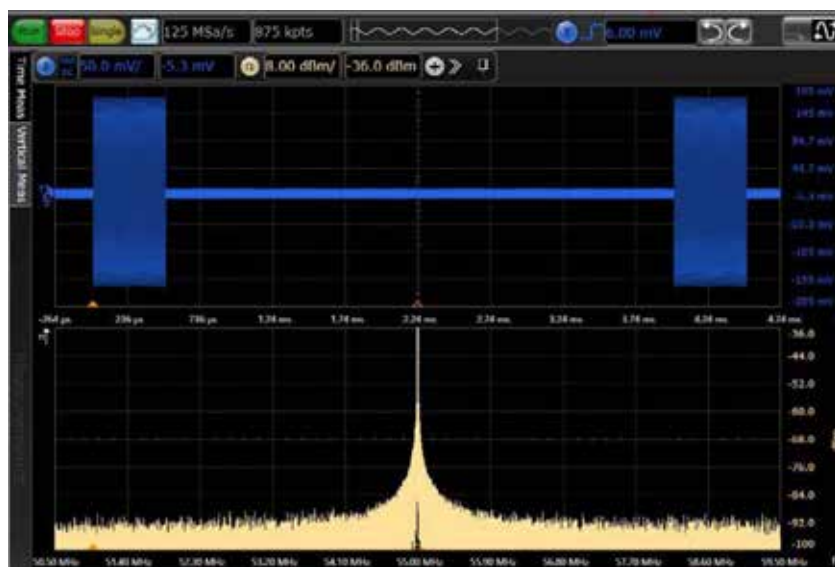


Рис. 3. Периодическая последовательность радиоимпульсов и их спектр РЛСВЗ

Fig. 3. The periodic sequence of radio pulses and their spectrum of the vertical sensing radar

ры, программируемые ПЛИС, ЦАП и АЦП, которые полностью удовлетворяют требованиям по созданию радиолокационных сигналов, заданной структуры, их генерации в среду распространения и позволяют гибко управлять параметрами сигналов и в целом обеспечением зондирования различных слоев атмосферы. Генератор, выполненный на модулях PXI National

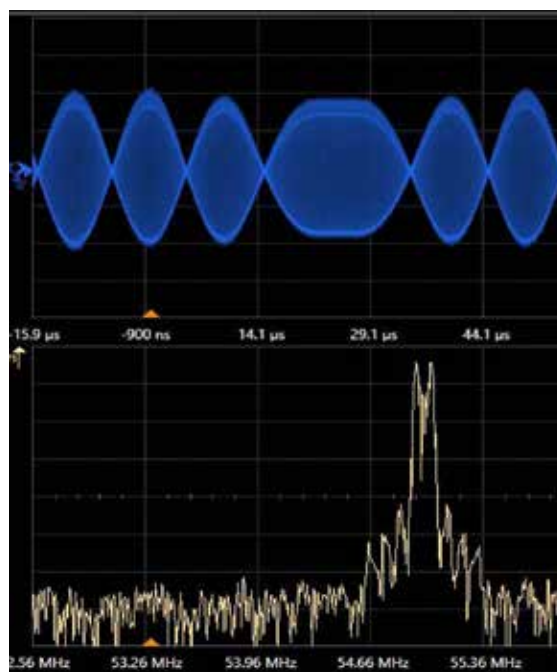


Рис. 4. Спектр и несущая 7-разрядного ФКМ сигнала РЛСВЗ

Fig. 4. Spectrum and carrier of the 7-bit phase-code modulated signal of the vertical sensing radar

Instruments, содержит ПЛИС NI PXIe-7976R (Xilinx K710T), векторный генератор сигналов NI PXIe-5672, контроллер вычислительный NI PXIe-8880 (рис. 5).

Генератор, выполненный на модулях PXI Keysight, содержит генератор опорной частоты M9300A PXIe, синтезатор частот M9303A PXIe, цифровой векторный модулятор M9316A PXIe, предварительный усилитель M9312A, повышающий преобразователь частоты сигнала M9314A (рис. 6).

Принцип взаимодействия модулей векторного генератора сигналов Keysight приведен на блок-схеме (рис. 7).



Рис. 5. Внешний вид задающего генератора на базе модулей PXI National Instruments

Fig. 5. Appearance of the generator based on the PXIe national Instruments chassis



Рис. 6. Внешний вид задающего генератора на базе модулей PXI Keysight

Fig. 6. Appearance of the master generator based on the PXIe Keysight chassis

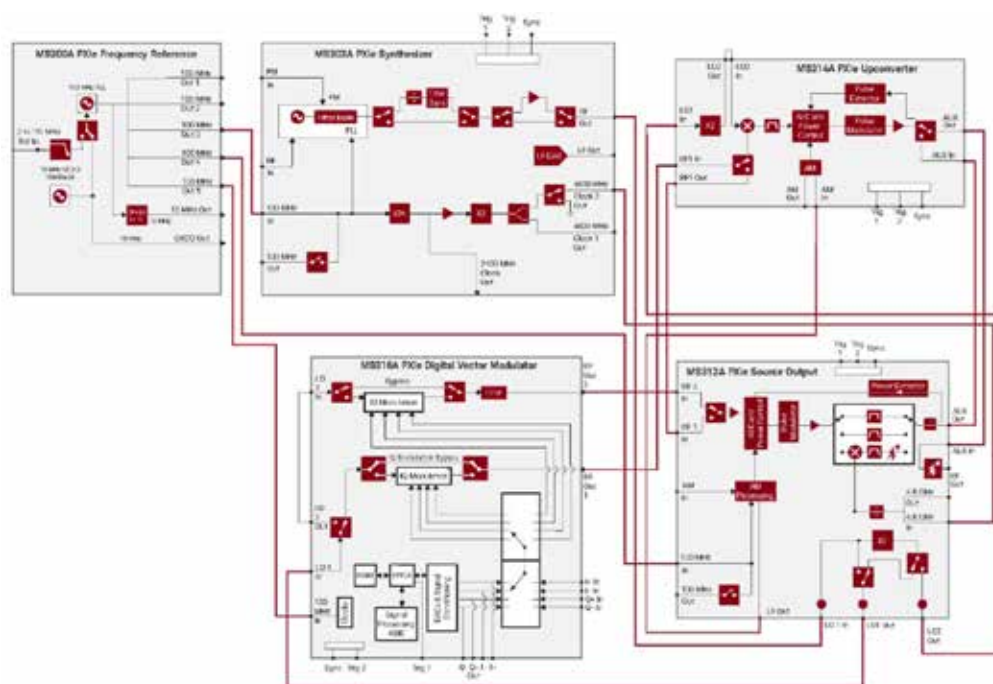


Рис. 7. Блок-схема M9383A (от 1 МГц до 44 ГГц)

Fig. 7. Block diagram M9383A (from 1 MHz to 44 GHz)

Данные программно-аппаратные решения на основе модульных элементов оборудования PXI осуществляют формирование зондирующих сигналов с требуемыми параметрами и требуемым качеством частоты спектра.

Заключение

Таким образом, данные программно-аппаратные комплексы PXI National Instruments и Keysight позволяют генерировать радиоимпульсы с различной модуляцией с требуемым качеством. Гибкое управление модульными элементами программно-аппаратного комплекса дает возможность формировать заданную частотно-кодую структуру, длительность, период повторения, мощность и частоту излучаемых радиолокационных сигналов. Такое управление

позволяет выполнить заданные характеристики РЛСВЗ (разрешающую способность по высоте, дальность зондирования, вероятность обнаружения, точность измерения неоднородностей атмосферы), а аппаратная реализация с низкими массогабаритными показателями, энергопотреблением в сочетании с малоэлементной антенной решеткой обладает высокой мобильностью РЛСВЗ и помогает комплексно исследовать различные неоднородности атмосферы и нижней части термосферы, используя электронное сканирование.

Благодарности / Acknowledgements

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда науки в рамках научного проекта 19-47-240002: «Методы радиолокационного зондирования атмосферы с использованием малоэлементных антенных решеток».

The reported study was funded by Russian Foundation for Basic Research, Government of Krasnoyarsk Territory, Krasnoyarsk Regional Fund of Science, to the research project: “Atmospheric radar sounding methods using low-element antenna arrays”, ID no. 19-47-240002.

Список литературы/References

- [1] Van Zandt T.E. A brief history of the development of wind-profiling or MST radars. *Annales Geophysicae*, 2000, 18(7), 740–749.
- [2] Nishimura K., Nakamura T., Sato T., Sato K. Adaptive Beamforming Technique for Accurate Vertical Wind Measurements with Multichannel MST Radar. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 2012, 29 (12), 1769–1775.
- [3] Kashcheeva B., Proshkina E., Lagutin M. Remote methods and tools for studying processes in the Earth’s atmosphere. *Business Inform*, 2002, 426.
- [4] Vladimirov, V.M., Karmishin A.M., Markov V.V., Shepov V.N. Digital sounding-pulse generator for UHF MST radar. *Conference Proceedings of 24th International Crimean Conference Microwave and Telecommunication Technology*, 2014, 1119-1120.
- [5] Владимирова В.М., Ратушняк В.Н., Вяхирев В.А., Тяпкин И.В. Особенности сканирования атмосферы и построения радиолокационных станций вертикального зондирования с малоэлементной антенной решеткой. *Космические аппараты и технологии*, 2019, 3(4), 237-242. [Vladimirov V.M., Ratushnyak V.N., Vyakhirev V.A., Tyapkin I.V. Features of scanning the atmosphere and building radar stations of vertical sounding with a low-element antenna array. *Space vehicles and technologies*, 2019, 3(4), 237-242. (in Russian)]
- [6] Соколовский А.В., Высоцкий С.В., Ратушняк В.Н., Гладышев А.Б. Анализ эффективности VHDL-описаний архитектур сумматоров. *Научные технологии*, 2017, 18(12), 66-68. [Sokolovsky A.V., Vysotsky S.V., Ratushnyak V.N., Gladyshev A.B. Analysis of the effectiveness of VHDL descriptions of adder architectures. *Knowledge-intensive technologies*, 2017, 18(12), 66-68. (in Russian)]